POSGRADO en línea de MATEMÁTICA EDUCATIVA

Avances En Matemática Educativa

Investigación en el aula

No 2

ALEJANDRO MIGUEL ROSAS MENDOZA

Lectorum

PROGRAMA EDITORIAL DEL
PROGRAMA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
PROME

AVANCES EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

INVESTIGACIÓN EN EL AULA
NO. 2

Alejandro Miguel Rosas Mendoza
Editor

Lectorum

POSGRADO en línea de MATEMÁTICA EDUCATIVA

Avances en Matemática Educativa. Investigación en el Aula.

D. R. © Editorial Lectorum, S. A. de C.V., 2016
Batalla de Casa Blanca Manzana 147 Lote 1621
Col. Leyes de Reforma, 3ª Sección
Tel. 5581 3202
www.lectorum.com.mx
ventas@lectorum.com.mx

Programa de Matemática Educativa

www.matedu.cicata.ipn.mx

Primera Edición: Agosto de 2016
ISBN: 978-607-457-579-8

Responsable Comité Evaluador: Dr. Apolo Castañeda Alonso

Corrección Ortográfica y de Estilo: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Logística y Edición: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Diseño de Portada: Ing. Fausto Manuel Hernández Sierra

Hecho en México

ÍNDICE

La Entrevista Clínica: Opción Para Indagar El Aprendizaje De Límites Y Continuidad

María Inés Ortega Árcega, José Trinidad Ulloa Ibarra, David Zamora Caloca
maijua9@hotmail.com, jtulloa@hotmail.com, david.zamora@uan.edu.mx
Universidad Autónoma de Nayarit. México

Resumen

La entrevista clínica es utilizada en la investigación en matemática educativa, con la finalidad de profundizar en el conocimiento de las razones por las cuales los estudiantes toman decisiones cuando participan en una propuesta didáctica alternativa y cuestionarles si fue o no interesante o motivante para aprender matemáticas, en este caso, sobre el tema límites y continuidad. La investigación se desarrolló con estudiantes de licenciatura en matemáticas de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN) y para la entrevista se seleccionó a cuatro estudiantes con diferente nivel de conocimientos. En este artículo se reporta el análisis de las entrevistas, además de interpretaciones orientadas hacia algunos aspectos empleados en el diseño instruccional como fue el uso de videos, el trabajo colaborativo y el programa WinPlot.

Palabras clave: Entrevista Clínica, Límites, Continuidad, Winplot,

Introducción

El diseño instruccional aplicado incluyó un cuaderno de trabajo que se integran las actividades, 2 DVD integrados con 28 videos digitales explicativos del concepto de límites y continuidad y actividades diseñadas con el software WinPlot, se incluyeron situaciones tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el operativo, con la finalidad de que alumno se apropiara de conceptos de límite y continuidad los resultados de la propuesta reflejan que es una buena alternativa didáctica para propiciar aprendizajes, lo que se corroboró con el análisis de los instrumentos de evaluación (Pantoja, López, Ortega, Hernández, 2014).

El concepto de límite se incorpora en la estructura cognitiva del estudiante de manera significativa (Ausubel, Novak, J. y Hanesian, 2005; Ballester, 2002), mediante los acercamientos analítico, numérico, verbal y gráfico, porque cuando el estudiante desarrolla las actividades de aprendizaje diseñadas con base en tales representaciones, se facilita darle significado a los desarrollos algebraicos (Núñez, 2002).

Martínez, Montero y Pedrosa (2001) afirman que el software de matemáticas se orienta al cálculo simbólico, la visualización por medio de gráficas, a la representación de un objeto matemático en formas diferentes, a la expresión de la interrelación entre diferentes objetos matemáticos, por ejemplo, la relación entre áreas y tangentes, a utilizar la heurística para el planteo de conjeturas y/o la comprensión de conceptos, al modelado de situaciones y al desarrollo habilidades metacognitivas, situaciones que se incluyeron en el estudio tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el trabajo operativo, con la finalidad de que alumno se apropie del concepto de límite y continuidad sobre la operatividad del cálculo de límites que se aplica tradicionalmente en el aula.

Una vez puestas en escena las actividades y recopilada la información, se realizó la entrevista a los alumnos seleccionados con promedio de calificación alto, medio y bajo, obtenido en el examen de conocimientos, con la finalidad de cuestionar sobre el interés por la propuesta, los contenidos aprendidos, los videos digitales empleados, el software WinPlot y el trabajo colaborativo.

Entrevista clínica (EC)

De acuerdo a Cobb (1986, citado en Singh, 2000), la EC es un medio por el cual el investigador tiene la oportunidad de cuestionar al alumno sobre por qué desarrolló tal o cuál procedimiento evidenciado en la solución planteada a un problema y que no se plasmó en su escrito. Es una herramienta con el potencial para revelar los conocimientos adquiridos o no, por el alumno, y se ha consolidado como un instrumento para la obtención de datos, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Ginsburg, 1997 citado en Zazkis y Hazzan, 1999)

La EC utilizada frecuentemente en estudios relacionados con la educación matemática (Filloy y Rojano 1984; López y Mota, 2003; Figueras, Cortina, Alatorre, Rojano & Sepúlveda, 2008; Concepción y Dueñas, 2013), es parte de la metodología adoptada para este estudio, con la premisa de que es un medio para recuperar los procesos cognitivos desarrollados durante el estudio. Se indagó específicamente en dos aspectos: el primero en el desarrollo de pensamiento empleado por los estudiantes en la solución del examen de conocimientos, en el que se tomó en cuenta la explicación y justificación del porqué realizó los procedimientos para cada ítem. El segundo, orientado al interés y preferencia por los medios y materiales y el trabajo colaborativo, incluidos en la puesta en escena de la propuesta didáctica. La EC se integró de cinco preguntas generales relacionadas con las respuestas al examen final, al interés por el trabajo colaborativo y al gusto por los videos digitales y el software WinPlot.

Síntesis del estudio

La fase experimental fue llevada a cabo con catorce alumnos del Tronco Básico de Área (TBA) de primer semestre que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial, que de acuerdo a lo analizado en el proceso de selección, distan mucho de un manejo aceptable de conocimientos previos requeridos para el aprendizaje de límites y continuidad (Ortega, Pantoja, Mendoza, 2011; Pantoja, *et al*, 2014). Fueron ocho las sesiones de la fase experimental y estuvieron centradas en el desarrollo de las actividades de los estudiantes, quienes mostraron interés por ejemplo, el trabajo con el software WinPlot gustó a los estudiantes por su simplicidad para manipular las funciones, la facilidad para hacer tablas de valores y por sus gráficas ilustrativas de funciones continuas y discontinuas.

Análisis de las Entrevistas

El análisis de la entrevista se centró en las respuestas que más aportan a la discusión del tema, desde el punto de vista de los investigadores, así que se hace una exploración detallada, en la que se pretende evidenciar el proceso cognitivo que el alumno siguió en la solución del examen y en los comentarios sobre la propuesta didáctica.

Análisis de la pregunta 1

E: Quisiera saber tu opinión acerca del examen, las dificultades que enfrentaste a la hora de resolverlo y cómo las enfrentaste. ¿Cuál fue tu estrategia? Veo que tienes por escrito la solución de los límites de la pregunta uno, pero me llama la atención que al llegar al límite trigonométrico no hayas escrito el desarrollo que utilizaste ¿podrías comentarla?

> ***A 1:*** *Fue por deducción, resolví todo ese bloque de ejercicios sólo me faltó el trigonométrico al ver único inciso que quedaba libre (de relacionarlo con la respuesta correcta) supuse que esa sería la respuesta. No tuve idea de cómo se resolvía.*
>
> ***A 2:*** *Primero me sentí muy nerviosa y cuando me siento nerviosa, regularmente se me olvidan las respuestas, así es que estuve resolviendo, empecé por resolver todo lo que sabía y dejar hasta lo último las cosas que se me hacían difíciles.*
>
> *mmmm bueno pues en sí, al resolver todos los problemas de ese bloque de ejercicios, el limite trigonométrico fue el único que me quedaba por resolver, así es que relacione la única respuesta que me quedaba libre, creo que obligue el resultado, siento que no lo razoné, esos temas de senos y cosenos fue lo que se me hizo más difícil en la clase, los límites*

trigonométricos al momento de resolverlos se me olvidó todo, totalmente lo de límites trigonométricos quise resolverlo con el uno especial pero no me acorde. (Se refiere al video de límites especiales).

A 3**:** *La verdad me confundí mucho en esa, llegue al resultado correcto porque resolví todos y, ese me sobró y lo acomode en el inciso que hacía falta rellenar, no lo resolví de acuerdo a un procedimiento***.**

Parece que no tuvieron dificultades en los ejercicios propuestos en el examen, pero con el límite trigonométrico, por un lado responden correctamente por eliminación, por ser la única respuesta que quedaba en el examen de selección múltiple y no porque hayan empleado su conocimiento para solucionar el límite, y por el otro, que el diseño del examen les condujo a seleccionar la respuesta correcta, en ambos casos son situaciones anómalas y ajenas al desempeño del estudiante y son causas atribuibles al profesor.

Análisis de la pregunta 3

E: En la pregunta 3 del examen, se te pide trasformes la función f(x) en función continua. Veo un procedimiento, multiplicas por el conjugado, factorizas y reduces pero me gustaría escuchar qué le pasó a la función, ¿por qué hiciste eso?

A 1: *Al sustituir el valor de uno en la función, me percaté de que se me daba 0/0 es decir una indeterminación, es por ello que racionalicé y me dio el valor de ½, lo sustituí en la función y no se indeterminó, ese valor hizo que la función se hiciera continua en ese punto, es decir, al iniciar el ejercicio en la función había un hueco, el ½ hizo que se rellenara ese hueco, se remueve la discontinuidad.*

A 2: *Como la función es discontinua, busqué la forma de hacerla continua y solo sustituí el valor que me daban como opción, es decir en ½, en la función y así comprobé que en ese punto la función no se indeterminaba,* *es decir, se hacía continua. Solo por intuición vi que el un medio (½) que me daban como opción de respuesta al sustituirlo en la función no se me indeterminaba, supe que ese sería el resultado.*

A 3*: *Por qué se indeterminaba con el uno, y tenía que hacerla por el conjugado del numerador y así salió. Puueess hicimos que la indeterminación en 1 pasará por ½ (resultado obtenido) para hacerla continua.

El enunciado de la pregunta 3 dice "seleccionar la opción que transforma la función discontinua $f(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ en una función continua" y se le brindan cuatro elecciones. A partir de sus respuestas, se afirma que sus razonamientos son adecuados, porque identifican a x=1 como el valor que indetermina la función, además de que señalan que al multiplicar por el conjugado y simplificar encuentran el valor del límite y es la que seleccionan como respuesta.

Análisis de la pregunta 5

E: ¿Cuál fue la estrategia para resolver la pregunta 5?, ¿Cómo le hiciste?

A 1. *La estrategia para resolver el problema fue graficando, de acuerdo a las gráficas me daba una idea de dónde más o menos se presentaba una discontinuidad***.**

A 2: *Ese tema también se me hizo muy complicado, discontinuidad infinita y salto finito. La estrategia que usé fue la de primero hacer los dibujos, los bosquejos de la gráfica, así me iba guiando y pues…… los demás los hice por lógica, imaginando cómo serían las gráficas de las funciones, me ayudó mucho practicar en WinPlot, así me di cuenta de las formas de las funciones, los errores que tuve fue en las gráficas de valor absoluto. Estaba tan nerviosa que no recordé la forma de sus gráficas y tampoco pude graficar tabulando por el tiempo, es que si estaba muy* *nerviosa por el examen*.

A 3*: *Me confundió que dijera "x mayor o igual que cero"(* $x \geq 0$ *) y "x menor que cero" (* $x < 0$ *). Yo dije no tiene continuidad y me confundí, la forma de resolver para algunas fue graficando y me ayudó mucho, la que me saqué mal no la grafiqué, solo intuí que ese sería el resultado.

Son tres tipos de funciones las que se pidió analizar en la pregunta 5, sobre el tipo de discontinuidad, tema que regularmente se trata de manera superficial, pero las actividades planeadas sobre la consulta de los videos explicativos y el trabajo con el WinPlot, han sido de ayuda al estudiante para la comprensión de este tema, aunque no arrojan mucha información las respuestas. En el caso de los alumnos 1 y 2, recurren a la parte gráfica como ayuda para emitir sus respuestas, acercamientos que se incluyeron en el estudio con los videos y con el WinPlot.

Preguntas abiertas o de por qué

Estas preguntas son generales y se pensaron para que el alumno describiera los conceptos matemáticos incluidos en el estudio, a saber: límite, asíntota y continuidad.

E. Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas y continuidad.

A 1: *Límites; lo primero que se me viene a la cabeza, lo primero que pienso es a lo que se aproxima un valor, lo máximo que se pueda acercar. Asíntotas; lo primero que pienso es la discontinuidad*.

A 2: *Limite: funciones, derivadas, gráficas en la cual podemos expresar el acercamiento de un número, aproximaciones. Asíntotas: son líneas que me hacen regiones donde puedo encontrar un límite. Continuidad: Cuando un límite no es interrumpido, cuando es continuo va seguido.*

E: Quisieras agregar algo más.

*Pues, se me hizo muy interesante la clase, así como usted la dio, en un principio yo estuve en contra de los videos porque me dije: yo no quiero videos yo ocupo la explicación de la maestra, pero conforme fue trascurriendo las clases me di cuenta que cuando veía los videos en mi casa y después llegaba a clase entendía mejor la clase. Por los videos me daba noción del tema que veríamos y reafirmaba más mis conocimientos los videos me hicieron razonar y me hicieron independiente del maestro, yo era una chava que dependía mucho de los maestros y ahora ya no, trato de ser más independiente***.**

A 3**:** *Límite: Es cuando una función tiene un límite o sea va a llegar a un cierto punto, pero no lo va a tocar; se acerca a ese número, pero no lo toca. Asíntotas son rectas que cortan al eje de las x o de las y, son asíntotas verticales u horizontales; Continuidad; una gráfica que es continua.*

El concepto de límite se clasifica como uno de los más difíciles de aprender en matemáticas, así que, a priori se sabía que no les resultaría fácil expresarlo, tal y como sucedió, pero es de apreciarse sus respuestas a su nivel y con su lenguaje. En este mismo sentido sucede con las asíntotas y con la continuidad.

E: Por último ¿te gustó la forma de trabajo?, ¿los videos?, ¿el winplot?, ¿el trabajo en equipo?

A 1: *Sí, todo me gustó, sobre todo el WinPlot porque a partir de mis respuestas o resultados, yo comprobaba con WinPlot para ver si era correcto, comprobaba mis resultados y a partir de eso, me daba cuenta si está mal o bien, el trabajo en equipo me ayudó mucho, pues también aprendía mucho cuando trataba de explicarles algo.*

A 2: *Para mí, la verdad me gustó mucho la forma de dar su clase, el WinPlot me ayudó mucho, porque podía ver cómo era el límite, no lo vi* *como cuentas, como fórmulas, lo vi físicamente, a muchas personas nos ayuda mucho el ver lo que hacemos; con respecto al equipo, también me gustó mucho porque compartimos ideas, conclusiones, aparte nos explicábamos unos con otros, y así como lo hicimos al interior del equipo, también al exterior con otros equipos discutíamos las ideas. Sentí como si todo el grupo fuéramos un equipo me divertí mucho.*

A 3: *Si, lo único que no me gustó mucho fueron los videos porque no se entendía, además, iba muy rápido, me gustó mucho el trabajo en equipo, porque todos nos ayudamos, porque lo que yo no sabía, algún compañero lo sabía y me lo explicaba, nos ayudamos mucho entre sí, además de que era muy divertido***.**

Los alumnos no se acostumbran al uso del video digital como un auxiliar para el aprendizaje, porque en la propuesta se planeó que los consultaran en casa y en grupo, con la finalidad de que se apropiaran de los conocimientos previos de límites, pero en clase, se les preguntó si habían cumplido con esta actividad; la respuesta general fue que no, así que se tuvieron que ver en clase con el auxilio del profesor. El WinPlot si les gustó y algo muy importante, desde el aspecto cualitativo y que no se propicia en el aula, es que manifiestan una satisfacción por la forma de la puesta en escena de la propuesta.

Análisis de la entrevista al alumno 4

E: El alumno a la hora de la entrevista guardó silencio por un tiempo, ni idea. Bueno, ¿Puedes decirme la estrategia que usaste para resolver el inciso d?

A 4: *Para sacar el límite teníamos que hacer según la variable la que no conocemos que tenga mayor exponente lo dividíamos entre ese… el número.*

E: ¿Qué problema se te complicó más? y ¿Cuál fue la estrategia?

A *4:* *A mí lo que se me complicaron fueron las asíntotas oblicuas ejercicio* *número 3,*

E: Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas, y continuidad.

A *4:* *Límite pues según yo es un punto límite, es una función donde llega a un punto que……… Asíntotas son para dividir regiones, la recta que pasa cerca de una función pero no lo toca. Continuidad son las funciones continuas y las funciones continuas son funciones infinitas.*

E: Quisieras agregar algo más

A 4: *No.*

E: Por último ¿Te gustó la forma de trabajo?, ¿Los videos?, ¿El WinPlot?, ¿El trabajo en equipo?

A 4: *A mí lo que me gustó fue trabajar en el WinPlot y lo que no me gustó fueron los videos porque no les entendía.*

La entrevista con el alumno 4 deja muchas dudas sobre el estudio, por el contraste tan marcado con las aportaciones de los tres primeros entrevistados. Aunque en la fase experimental el profesor tuvo cuidado de que todos los alumnos trabajaran de manera individual y colaborativa, este alumno refleja un pobre aprendizaje de límites, que de no ser por la entrevista clínica que se les aplicó a los cuatro estudiantes, el profesor pensaría que la propuesta es un éxito, situación que no coincide con los comentarios del estudiante.

Conclusiones

La entrevista clínica es una buena opción para indagar de manera directa el sentir del estudiante, como por ejemplo, la satisfacción por haber logrado aprendizaje o su malestar por no resolver alguna pregunta del examen. De la misma forma, es un medio para escudriñar sobre aspectos que por lo regular en el aula son olvidados, que influyen en el comportamiento de los alumnos, sobre todo en la enseñanza de las matemáticas, ya que al profesor le es muy difícil considerar qué valores del ser humano influyen de manera notable sobre el aprendizaje.

La entrevista clínica permitió saber que la tecnología los motivó, que el trabajo colaborativo promovió el aprendizaje social, que los videos digitales a unos les produjo satisfacción, mientras que a otros no les interesó, que el software WinPlot es una buena herramienta para aprender.

Con respecto del examen, la entrevista clínica permitió indagar los procesos cognitivos que el estudiante desarrolló en las actividades planteadas, así como del conocimiento adquirido sobre los conceptos de límite y continuidad:

- Atención especial merecen los límites trigonométricos, ya que en el aula son relegados a segundo plano, así que no es novedad el hecho de que los alumnos no los puedan solucionar;

- La propuesta fue de su agrado y describen verbalmente el límite, desde su pobre manejo del lenguaje, pero se nota que plantean argumentos válidos para defender su conocimiento sobre límites y continuidad.

Con respecto a los videos, en un principio les gustaron y se notaban motivados, pero de viva voz, los alumnos argumentaron que no los entienden, por lo que se sugiere consultarlos con el profesor, quien puede manipular el video y responder las dudas generadas en ese momento. La situación es que los videos se construyeron con la finalidad de que el alumno adquiera conocimientos previos al tema, y así, la discusión en clase se enriquezca, porque de lo contrario, al inicio de un tema nuevo, es un poco incierto que el alumno pueda participar activamente en las discusiones.

Se afirma que los valores son aspectos muy importantes cuando se incluye en el diseño instruccional, la motivación para aprender es uno de los primeros valores a promover en el aula, al igual que la honestidad, la puntualidad y el respeto.

Referencias bibliográficas

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (2005). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula.* Recuperado de http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf. Depósito Legal: PM 1838-2002. España.

Concepción, M. D. , Dueñas, A. (2013). La entrevista clínica, un recurso para analizar los procesos cognitivos del aprendizaje del álgebra. *Actas del VII CIBEM Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio, Escuela Normal Manuel Ávila Camacho*. ISSN 2301-0797.

Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds.). (2008). Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition. International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX. Vol. 3. México: CINVESTAV-UMSNH. Recuperado de http//:www.pme32-na30.org.mx. ISSN 0771-100X.

Filloy, E y Rojano, T. (1984). From an arithmetical to an algebraic thought (A clinical study with 12-13 year olds). *Proceedings of the Sixth Annual Meeting of Psychology of Mathematics Education-North American Chapter*, Wisconsin University, Madison, EUA. págs. 51-56.

López y Mota, A. D. (2003). *Volumen 7: Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos (Tomo I)*. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C. México: GRUPO IDEOGRAMA EDITORES. ISBN: 968-7542-28-4. Recuperado de http://www.comie.org.mx/doc/portal/publicaciones/ec2002/ec2002_v07_t1.pdf.

Martínez, R. D., Montero, Y. H. y Pedrosa, M. E. (2001). La computadora y las actividades del aula: Algunas perspectivas en la educación general básica de la provincia de Buenos Aires. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 3* (2). ISSN: 1607-4041. Recuperado de http://redie.uabc.mx/vol3no2/contenido-vidal.html.

Núñez, J. (2002). *Representación de superficies con WinPlot*. Recuperado de: http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XI/nuniez_jacobo.pdf.

Ortega, M. I., Pantoja, R., Mendoza, S. (2011). Límites y continuidad en un ambiente para aprendizaje con video digital y Winplot en la Universidad Autónoma de Nayarit. *Revista Fuente* Año 3, No. 8. ISSN 2007 – 0713. Recuperado de http://fuente.uan.edu.mx/publicaciones/03-08/10.pdf.

Pantoja, R., López, A., Ortega, M. I, Hernández, J. C. (2014) Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 91-110. ISSN: 1815-0640.

Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 43, No. 3, pp. 271-292 Published by: Springer. Recuperado de http://www.jstor.org/stable/3483152.

Zazkis, R., Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education. Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4). ISSN 0364-0213.

Enseñanza De La Matemática Y Estilos De Aprendizaje Predominantes. Un Estudio De Caso

Mario Di Blasi Regner, Silvia Santos, Andrea Comerci.
Departamento de Materias Básicas, Facultad Regional General Pacheco, Universidad Tecnologica Nacional, Argentina.
mario.diblasi@gmail.com, silvia.santos@live.com.ar, acomerci@frgp.edu.ar

Resumen

Los Estilos de Aprendizaje (EA) son "los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje". Con la reflexión puesta en el triángulo didáctico saber, docente y estudiante en un contexto de educación superior en este trabajo presentamos una experiencia que llevamos a cabo en la Facultad Regional General Pacheco de la Universidad Tecnológica de Argentina cuyo objetivo consistió en favorecer el aprendizaje de los estudiantes del concepto elipse, contenido correspondiente a la materia Álgebra y Geometría Analítica que se cursa en el primer año de las carreras de ingeniería. Dicha propuesta didáctica estuvo basada en estrategias de enseñanza que contemplan el Estilo de Aprendizaje predominante que pueda presentar cada estudiante.

Palabras Clave: Investigación educativa, Estilos de aprendizaje, Estrategias de enseñanza, Álgebra, Ingeniería

1 Introducción

Como docentes de los primeros años de las carreras de ingeniería nos encontramos, por un lado, con la necesidad de responder a los requerimientos que demanda la formación de un ingeniero con un perfil preestablecido por la institución y por el otro, reparar en la medida de lo posible, un problema abierto a nivel mundial en el campo educativo (Carnelli, 2007) como es el tener que articular los niveles educativos, lograr la transición existente entre la escuela media y la universidad.

Desde la investigación educativa se ha llegado a respuestas parciales acerca de la problemática que nos planteamos, las mismas vienen de la mano de la evaluación y la reformulación en dispositivos de evaluación o propuestas de enseñanza que consideran las dificultades que los estudiantes traen del nivel medio sin descuidar los aprendizajes propios del nivel superior con los enfoques que cada institución desea promover (Amago, 2004).

El panorama de trabajos sobre rendimiento académico basado en *Estilos de Aprendizaje* es amplio y en un gran número del analisis de las distintas investigaciones que versa sobre el tema se concluye que que los estudiantes aprenden con más efectividad cuando se les enseña sobre la base de sus Estilos de Aprendizaje predominantes (Aguilera y Ortiz, 2010).

El trabajo que presentamos dará cuenta del proceso metodológico llevado a cabo en el curso de Álgebra y Geometría Analítica que se imparte en el primer año de las carreras de ingeniería de la Facultad Regional General Pacheco de la Universidad Tecnológica Nacional, tendiente a la elaboración de estrategias de enseñanza, mediadas por dispositivos didácticos diseñados atendiendo a los EA dominantes de las estudiantes entorno a un saber del álgebra como es el tratamiento de secciones cónicas, en particular el abordaje del concepto de elipse. Se expondrán los resultados de dos primeros años de la investigación correspondientes a los ciclos lectivos 2013 y 2014.

1.1 Marco teórico

1.1.1 Estilos de aprendizaje

Si bien son numerosas las definiciones de Estilos de Aprendizaje, adoptaremos aquella que los caracteriza como “los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje" (Gallego Gil y Nevot Luna, 2008).

Aceptamos la categorización de Estilos de Aprendizaje propuesta por Honey y Mumford (1986) quienes los clasifican y describen de la siguiente manera:

Estilo Activo. Los sujetos que poseen predominancia en este estilo se implican en nuevas experiencias. Son escépticos y emprenden con afán las tareas novedosas. Aceptan los desafíos de nuevas experiencias, y se abruman con los largos plazos. Se involucran en los asuntos de ajenos y centran a su alrededor todas las actividades.

Estilo Reflexivo. Los sujetos que tiene predominancia en estos estilos sienten gusto por considerar experiencias y observarlas desde diferentes perspectivas. Reúnen datos, los analizan con detenimiento antes de llegar a alguna conclusión. Se caracterizan por su prudencia.

Estilo Teórico. Los teóricos enfocan los problemas siguiendo secuencias lógicas. Con tendencia hacia el perfeccionismo. Integran los hechos en teoría coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, al momento de tener que establecer teorías, principios y modelos. Tienden analizar y sintetizar la información. Aprecian la racionalidad y la objetividad y escapan de lo subjetivo y de lo ambiguo. Perciben lo lógico como sinónimo de bueno.

Estilo Pragmático. El punto fuerte de los sujetos con predominancia en estilo pragmático es la aplicación práctica de las ideas. Descubren el aspecto positivo de las nuevas ideas y aprovechan la primera oportunidad para experimentarlas. Aprecian actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas y proyectos que les atraen. Tienden a ser impacientes cuando hay personas que teorizan. Son decididos al momento de tomar una decisión o resolver un problema. Conciben que todo pueda ser perfectible pero si funciona es bueno.

1.1.2. Estrategias didácticas, intervención educativa y dispositivo didáctico

Adoptaremos como definición de *estrategias de enseñanzas* aquella que sostiene que se trata del "conjunto de decisiones que toma el docente para orientar la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de sus alumnos. Se trata de orientaciones generales acerca de cómo enseñar un contenido disciplinar considerando qué queremos que nuestros alumnos comprendan, por qué y para qué" (Anijovich y Mora, 2009).

Este conjunto de decisiones tomadas por el docente bajo dichas condiciones redunda en lo que llamaremos *intervención educativa*. Que como tal la comprendemos, implica una interacción dinámica de la pareja enseñanza-aprendizaje. En ella se asienta una conexión establecida desde el docente hacia la relación con el saber que construye el estudiante para aprender, vínculo que por lo demás funciona como elemento organizador de esta relación (Morales, Lenoir y Jean, 2012).

Al concepto de intervención educativa se puede encontrar asociada la idea de *actividad*, en tanto que se la entienda como aquella tarea que diseñada por el docente, los alumnos realizan para apropiarse de diferentes saberes. La noción de actividad dentro del campo de la enseñanza no resulta novedosa. Planteamientos de este concepto aparecen en John Dewey, fundador de la Escuela Activa, que a principios del siglo XX, resaltaba la necesidad de favorecer la actividad de los estudiantes y su participación protagónica para poder aprender (Dewey, 1948). En este sentido y asociado al concepto de EA, aceptamos que el conocimiento del estilo de aprendizaje de los estudiantes permite orientar la intervención educativa a la vez que "ayuda a los estudiantes a reconocer su propia forma de aprender, las condiciones que requiere para aprender, identificar sus puntos fuertes y débiles y superar las dificultades que se les presentan en el proceso de aprendizaje" (Alonso, 1999).

En este sentido y bajo el contexto descripto de mediación y acción ejercida por su parte, docentes y estudiantes, los materiales didácticos cobran importancia al ser concebidos como dispositivos instrumentales (Lenoir, 2009) que ayudan y facilitan dicha intervención. Los dispositivos instrumentales o materiales resultarían recursos utilizados por el docente en aula y que pueden considerarse desde los textos académicos hasta el mobiliario del aula o las herramientas del laboratorio de informática (Mediano, 2010). Particularmente reconoceremos una noción de mayor amplitud como es el concepto de *dispositivo didáctico*. Si bien, son vastas las investigaciones que tratan sobre las múltiples dimensiones con que estos participan en las prácticas de enseñanza, aceptamos como definición de dispositivo didáctico aquella que lo propone como “el marco de acción regulador de procesos de aprendizaje, un medio implementado con el fin de alcanzar un objetivo” (Lenoir et al., 2007)

2 Metodología

2.1 Estudio de casos

Aceptamos que el estudio de casos no se trata de una elección metodológica sino de optar por un objeto de estudio; es el interés en el objeto lo que define y no el método que se usa (Stake, 1994). Cualquier unidad de análisis puede convertirse en ese objeto el cual pude tratarse tanto de una unidad individual como colectiva. En nuestra investigación el caso, representado por el estilo de aprendizaje de cada estudiante es donde se puso toda la atención investigativa la cual estuvo orientada hacia la comprensión de su especificidad más que en la búsqueda de generalizaciones, en virtud de que *“la búsqueda no se orienta hacia el establecimiento de regularidades empíricas sino hacia la comprensión del caso en su unicidad*” (Archenti, Marradi y Piovani, 2007).

Entendemos que el objeto se puede abordar desde diferentes métodos y con diversas técnicas de recolección de datos y análisis y el investigador se aproxima al caso a través de la triangulación metodológica. De modo que en cuanto la posición metodológica por nosotros elegida, hemos de indicar que, optamos por un diseño de investigación mixto o que combinan técnicas cuantitativas y cualitativas tanto en la recogida como de tratamiento y valoración de los datos.

2.1.1 Muestra

El muestreo fue intencional o de conveniencia en virtud que los docentes a cargo de dictar la materia en los cursos elegidos fueron los encargados de seleccionar la muestra y procuraron que sea representativa, dependiendo de la intención de la investigación.

En el primer año de la investigación, correspondiente al ciclo lectivo 2013, la muestra consistió en un grupo formado por dos cursos de los primeros años de la carrera de ingeniería de la materia Álgebra y Geometría Analítica contando con un total de 54 estudiantes; 24 de ellos provenientes de la especialidad mecánica y 30 estudiantes de la civil. En el segundo año de nuestro estudio, año lectivo 2014, la muestra revistió las mismas características que la muestra del año anterior sólo que se contó con un total 76 estudiantes: 36 de la especialidad mecánica y 40 de la de civil.

2.1.2 Instrumentos

Para identificar los Estilos de Aprendizaje de los estudiantes de la muestra, se utilizó un cuestionario denominado Test CHAEA creado por los investigadores Alonso, Gallego y Honey (1994) para ser aplicado al ámbito académico sobre la base de una lista de características que determinan el campo de destrezas de cada estilo (activo, reflexivo, teórico y pragmático) el mismo es una adaptación del Cuestionario de Estrategias de Aprendizaje (LSQ) diseñado por Honey y Mumford (1986b). El Test CHAEA, es un cuestionario auto-administrado que está compuesto de ochenta ítems, veinte por cada uno de los estilos; cada ítem admite una puntuación dicotómica (+) o (-), la respuesta con signo (+) si se está más de acuerdo que en desacuerdo, con signo (-), en caso contrario. Todos y cada uno de los ítems deben ser contestados, y en una y sólo una de las opciones. La puntuación absoluta que el estudiante obtenga en cada sección de estilo señala el grado de preferencia (García Cué, Santizo Rincón y Alonso García, 2009).

2.1.3 Análisis de la información proveniente del Test CHAEA

Para identificar el estilo de aprendizaje de cada estudiante se sometieron las respuestas del Test CHAEA a la interpretación de las puntuaciones confirme al Baremo General Abreviado, tal como se muestra en la Tabla 1:

Tabla 1: Baremo General Abreviado

	Activo	**Reflexivo**	**Teórico**	**Pragmático**
Muy Baja	**0-6**	**0-10**	**0-6**	**0-8**
Baja	**7-8**	**11-13**	**10-13**	**9-10**
Moderada	**9-12**	**14-17**	**10-13**	**11-13**
Alta	**13-14**	**18-19**	**14-15**	**14-15**
Muy Alta	**15-20**	**20**	**16-20**	**16-20**

En cuanto a la categorización para la muestra elegida por nosotros se optó por considerar como *estilo predominante* al estilo o los estilos en los cuales los alumnos hubiesen obtenido una clasificación correspondiente a las categorías *alta* o *muy alta*.

2.1.4 Diseño del dispositivo didáctico. Actividades basadas sobre el concepto de elipse.

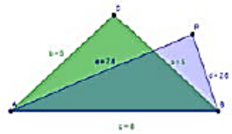
Los docentes elaboraron un dispositivo didáctico compuesto por tres actividades A, B y C sobre la base de las características de los EA de los alumnos y las estrategias de enseñanza y las características del saber a enseñar seleccionado del programa de AyGA como fue el concepto de *elipse*. Que se pueden observarse en la Fig. 1.

Actividad A

"Dos malabaristas, Flor y Félix, presentan su espectáculo en un Jardín de Infantes. Se ubicarán a una distancia, entre sí, de 4 metros. Diseñar un plano o maqueta para que las maestras ubiquen a los chicos, sentados en el piso, de modo tal que la suma de las distancias de cada nene a Flor y a Félix sea de 6 metros"

Actividad B

Se presenta la siguiente escena en GeoGebra



"Hallar todos los puntos P del plano de modo tal que el triángulo ABP tenga el mismo perímetro que el triángulo ABC".Se muestra, a modo de ejemplo, un punto P que satisface las condiciones dadas

Actividad C

Hallar la expresión de todos los puntos del plano tales que la suma de las distancias a dos puntos fijos F_1 y F_2, $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$ sea 2 a ($a \in R$)

Fig. 1. Dispositivos didácticos

La Actividad A se elaboró con el objetivo de favorecer el aprendizaje de los estudiantes *pragmáticos*, la misma consistió en la resolución de una situación realista. Para la realización de la misma, se proveyó a los alumnos, de materiales concretos tales como cartón, alfileres, piolín, compás que ellos podían elegir a su aire.

La Actividad B, se orientó hacia los alumnos *activos*. Los estudiantes que realizaron esta actividad debían utilizar un Software de Geometría Dinámica (SGD) como fue el GeoGebra ® programa elegido por nosotros por tratarse de un software libre y gratuito, el cual muchos de los alumnos lo tienen disponible en sus ordenadores como beneficiarios del Plan gubernamental Conectar Igualdad. En caso que así no ocurriera se les solicitó la instalación en sus propios computadores portátiles y se les facilitó un tutorial con la sintaxis y funciones necesarias para la actividad.

La Actividad C, se orientó hacia el estudiante teórico/reflexivo, consistente en la resolución de un problema estereotipado, sin consideraciones ligadas a la realidad, donde el uso mecánico de algoritmos resulta suficiente y eficiente para la resolución del mismo. Y en cuanto a los recursos, los alumnos sólo podían valer de lápiz y papel.

2.1.5 Encuesta. Diseño de cuestionario sobre percepción.

Se optó por realizar mediante la técnica de encuesta mediante un cuestionario auto-administrado diseñado con preguntas abiertas destinado a interrogar a los alumnos participantes, sobre la percepción que tiene de su propio aprendizaje durante la realización de las actividades.

2.1.6 Validación y aplicación del dispositivo didáctico.

El dispositivo didáctico fue sometido a la validación en una prueba piloto aplicada en el curso lectivo de 2013.

La prueba piloto consistió en dos etapas utilizándose dos días de clase de cuatro horas reloj cada una. En una de ella se le asignó a cada alumno, una actividad en función de su estilo predominante. En otra de las clases se realizó la encuesta.

Durante el año lectivo 2014, se consumó la segunda etapa de la investigación. Se destinaron tres clases, de cuatro horas reloj de duración cada una, para el desarrollo de la misma: una primera clase donde se aplicó el Test CHAEA a los estudiantes bajo las mismas condiciones de muestreo previamente comentado, se contó con un total de 76 individuos; una segunda clase donde se los puso en conocimiento de su estilo de aprendizaje predominante y posteriormente se procedió a la aplicación del dispositivo didáctico ya validado. Se conformaron grupos con tres integrantes, los cuales compartían el mismo EA predominantes y se les entregó la actividad según su estilo.

Cabe aclarar que aquellos estudiantes que no contaban con un estilo predominante fueron asignados por azar para integrar cualquier grupo. Durante la experiencia se encontraban presente dos investigadores: uno de ellos en el rol de *observador no participante* y el otro como *profesor* que limitó su intervención al esclarecimiento sobre la formulación de las consignas, la moderación de una puesta en común en la finalización de la actividad y formulación de preguntas sobre la comprensión de lo realizado por los distintos grupos. La experiencia se desarrolló en el aula donde habitualmente se dictan las clases con una duración aproximada de noventa minutos.

Finalmente se dispuso de una tercera clase en la que se realizó la encuesta.

3. Conclusiones

En relación al objetivo de la propuesta, que consistía en favorecer el aprendizaje de los estudiantes del concepto elipse, por medio de estrategias de enseñanza mediada por un dispositivo didáctico que contempla el Estilo de Aprendizaje predominante que presentaba cada alumno, notamos que:

Las actividades desarrolladas en la clase, nos permitieron advertir una predisposición para el trabajo por parte del alumnado; la clase se tornó en un espacio donde no hubo recelo de comunicar los hallazgos, tanto a sus compañeros como al docente. De hecho, se propuso una puesta en común para exponer los resultados obtenido por cada grupo, momento de la clase donde hubo lugar para la discusión y extraer conclusiones. En el cual, los estudiante repararon en que las tres actividades propuestas, correspondían a un mismo problema pero a partir de un abordaje diferente.

Los estudiantes, pudieron expresar con sus palabras, las características que corresponden al lugar geométrico (elipse). A partir de los hallazgos que la experimentación les proporcionó al trabajar con materiales como cartón, alfileres, piolín, compás, el software. Otro hecho que puedo ser observado desde la propuesta, es que cada alumno pudo trabajar a su ritmo y no al impuesto por el docente.

Al establecer una comparación entre la propuesta didáctica diseñada sobre la base de los Estilos de Aprendizaje del alumnado, y el modo en que los profesores de la cátedra, presentamos la temática abordada con un enfoque tradicional. Observamos lo débil de la apreciación, en sentido didáctico, de la riqueza que tenemos frente a nosotros en las clases y la exigua intervención que tenernos en el aprendizaje. Cuando el énfasis en la enseñanza, sólo está puesto en la enunciación de propiedades y expresiones algebraicas de las secciones cónica, como es el caso de la elipse.

Referencias

Aguilera, P. E.; Ortiz, T. E. (2010). *La caracterización de perfiles de estilos de aprendizaje en la educación superior, una visión integradora*. Revista Estilos de Aprendizaje, pp.1-20.

Alonso, C. M.; Gallego, D.J. y Honey, P. (1994). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora.* Mensajero.

Alonso, C. (1999). *Los Estilos de Aprendizaje. Qué son, cómo diagnosticarlos, cómo mejorar el propio Estilo de Aprendizaje.* Mensajero.

Amago, L. (2004). *Principales dificultades de los alumnos que ingresan a la universidad. Estudio preliminar sobre el estado del conocimiento*. Universidad Nacional de General Sarmiento.

Anijovich, R.; Mora, S. (2009). *Estrategias de enseñanza*. *Otra mirada al quehacer en el aula*. Aique, pp. 21-25.

Archenti,N.; Marradi, A.; Piovani, J. (2007). *Metodología de la Investigación Social*. Emecé, pp. 236-238.

Carnelli, G. (2007). *Perspectiva integrada de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: una mirada a la Educación Matemática*. Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, pp.165-186.

Dewey, J.: *Philosophy of Education.* Littlefield (1948). Traduc. Castellana: *Filosofía de la Educación*. Losada (1954).

Gallego Gil, D.; Nevot Luna, A. (2008). *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Revista Complutense de Educación, Vol. 19, No. 1, pp. 95-112.

García Cué, J.L.; Santizo Rincón, J.; Alonso García, M. (2009). Instrumentos de medición de estilos de aprendizaje. Revista Estilos de Aprendizaje. Vol. 2, No.4.

Honey, P.; Mumford, A. (1986). *The manual of Learning Styles*. Peter Honey Associates.

Honey, P.; Mumford, A. (1986b): Modelo de Honey y Munford. Tendencias Generales del comportamiento personal. http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo_2/mod_honey_mumford.htm

Lenoir, Y.; Maubant, P.; Hasni, A.; Lebrun, L.; Zaid, A.; Habboub, E.; McConnell, A. C. (2007). *À la recherche d'un cadre conceptuel pour analyser les pratiques d'enseignement*. Universidad de Sherbrooke.

Lenoir, Y. (2009). L'intervention éducative, un construit théorique pour analyser les pratiques d'enseignement. *Les nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, Vol. 12, No. 1, pp. 9-29.

Mediano, F. J. (2010). *Selección y elaboración de materiales educativos*. En D. Cervera (Ed.). Didáctica de la tecnología, Grao. pp. 61-76.

Morales, A; Lenoir, Y.; Jean, V. (2012). *Dispositivos didácticos en la enseñanza primaria en Quebec*. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, Vol. 5, No. 3.

Stake, R. (1994). *Case Studies*. Handbook of Qualitative Research. Sage Publications. pp. 236-247.

¿Qué Significa Tener Conocimientos De Estadística Descriptiva?

César Cristóbal Escalante

Resumen

La estadística, al igual que otras ramas de las matemáticas, ha desarrollado conceptos y métodos para describir sistemas (situaciones, poblaciones, fenómenos), sus cambios, para hacer pronósticos y estimaciones de los valores que pueden tomar a futuro, considerando características relevantes. La inclusión de la estadística en la currícula de los diferentes niveles educativos pretende desarrollar en los estudiantes de los conocimientos y habilidades para realizar estas tareas. Los resultados obtenidos no son satisfactorios. Investigaciones muestran que los estudiantes son capaces de desarrollar cálculos algorítmicos pero no de hacer inferencias y descripciones a partir de los resultados. Un análisis de la currícula y de los procesos didácticos muestra la necesidad de reorientar las experiencias didácticas a situaciones que permitan a los estudiantes utilizar los conceptos y métodos estadísticos para analizar, describir, comparar , pronosticar, estimar el comportamiento de sistemas o situaciones que propicien que los estudiantes establezcan criterios y utilicen las analogías con casos ya abordados. El análisis didáctico de esta situación (la enseñanza y el aprendizaje de la estadística) permite considerar respuestas a preguntas como: ¿Qué tipo de actividades didácticas deben ser utilizadas en el aula para que los estudiantes aprendan la estadística y en particular la estadística descriptiva? ¿Qué recursos deben ser utilizados en estas actividades didácticas? ¿Qué papel deben jugar los estudiantes y los maestros? ¿Cómo debe ser evaluado el aprendizaje de los estudiantes? En esta ponencia se describen algunos casos utilizados en cursos de estadística descriptiva y los resultados obtenidos.

Errores Y Dificultades En La Adquisición Del Concepto Sucesos Independientes Desde El Análisis Didáctico

Valeria Bizet Leyton, Elisabeth Ramos-Rodríguez, Felipe Ruz Ángel
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
valeb0@hotmail.com, elisabeth.ramos@pucv.cl, felipe.ruz.a@pucv.cl

Resumen

El presente escrito tiene como objetivo indagar en los errores y las dificultades que presentan alumnos entre 16 y 17 años sobre el concepto de Sucesos Independientes, a partir de lo desarrollado en el análisis didáctico asociado al contenido probabilístico. Bajo el paradigma cualitativo, se lleva a cabo un estudio exploratorio (Baptista, Fernández, & Hernández, 2006), considerando como sujetos de estudio estudiantes de un liceo subvencionado de la quinta región de Chile.

Se diseña el instrumento de recogida de información, una tarea de aprendizaje en base al Análisis Didáctico (Rico, 1998), en el que consideramos los sistemas de representación, la fenomenología, la estructura conceptual y las limitaciones (particularmente errores y dificultades) de aprendizaje del objeto matemático en estudio.

El análisis de los datos se lleva a cabo bajo el método de análisis de contenido (Krippendorff, 1990), constatando la existencia de diversos errores y dificultades que aparecen en la literatura (Batanero, 2001; Cid, 2009), como, por ejemplo, que los estudiantes tienen dificultad en reconocer sucesos independientes (Cid, 2009). También se observa otras dificultades que emergen de las producciones de los estudiantes, como que no reconocen el espacio muestral asociado a los sucesos. Estos resultados nos dan evidencia de la naturaleza compleja del contenido probabilístico en cuestión, abriendo nuevos desafíos para su tratamiento en la enseñanza escolar.

Palabras clave: Investigación en educación estadística; Sucesos Independientes; Análisis Didáctico; Errores; Dificultades.

Introducción y Problemática

Tanto en investigaciones y literatura en el ámbito de la didáctica, como en mi práctica profesional como docente de matemática en formación, se evidencian problemas en estudiantes cuando se enfrentan a actividades matemáticas referentes al concepto Sucesos Independientes. Algunos de ellos se describen a continuación:

> Es común que estudiantes confundan estos con eventos excluyentes, así como también los definan a través de la regla del producto, pudiendo ocurrir que la probabilidad sea cero y el evento no ser vacío, y aplicando dicha regla produce creer que se comprueba la independencia (D'Amelio, 2004)*.*

Otro conflicto que se pone de manifiesto en este ámbito es el expuesta por Cid (2009), dificultad en re*conocer Sucesos Independientes, lo que concuerda con una investigación realizada por* Hernández y Sánchez (2001)*, quienes obtuvieron que sólo un* 28% *de* jóvenes mexicanos con edad promedio 16 años *respondieron* correctamente a la pregunta sobre identificar *dicho tipo de sucesos* y posteriormente aplicar regla de prod*ucto de probabilidad.*

Sobre la concepción de independencia, Batanero (2001), *afirma que, desde el ámbito de la didáctica, requiere un análisis por sí solo y alude a la* disc*ordancia producida entre la teoría y* práctica, *pues* la definición formal de independencia expresada por la regla del producto parece sencilla de comprender, pero, *en la vida cotidiana las personas no logran aplicarla en situaciones concretas.*

La problemática que se intenta poner de manifiesto es, *indagar las dificultades que surgen en el aprendizaje del concepto Sucesos Independientes, en estudiantes de educación media (*16 a 17 años)*, pues es esencial que los* *docentes posean fundamentos teóricos y conceptuales, que les entreguen conocimientos para diseñar e implementar el currículo en el aula.*

Bajo este escenario, planteamos la pregunta de investigación ***¿Qué errores y dificultades de estudiantes, sobre Sucesos Independientes en problemas asociado al cálculo de Probabilidad, se pueden reconocer al desarrollar un análisis didáctico?*** *Para responder a ésta interrogante, nos centramos en el estudio del concepto matemático aludido, tomando como marco de referencia el análisis didáctico, que sustenta la construcción del instrumento de recogida de información y análisis de los resultados.*

Marco de Referencia: Análisis Didáctico

El Análisis Didáctico, desarrollados en la Universidad de Granada por el grupo PNA, liderado por Luis Rico, es comprendido como “ *un procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje*” (Gómez , 2005, pág. 3). Por ende permite una mejor y mayor comprensión del objeto matemático en estudio por parte del docente y el investigador. Desde ésta perspectiva, Gómez (2005) menciona que el contenido matemático específico a enseñar tiene un objetivo de aprendizaje determinado a lograr en un tiempo delimitado. Es así que a través de este referente teórico es posible realizar de manera reflexiva y crítica una adecuación de propuestas de enseñanza, según la realidad y necesidades educativas particulares de los estudiantes.

El Análisis Didáctico es un procedimiento cíclico compuesto por cuatro sub-análisis (figura 1), los cuales están organizados de manera secuencial (Gómez , 2005).

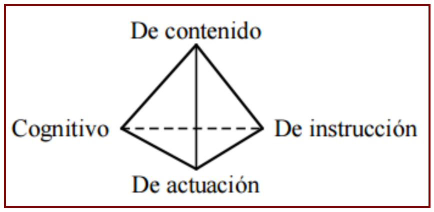


Figura 1. Análisis que componen el análisis didáctico (Gómez , 2005, pág. 12).

La realización de este análisis se inicia con el Análisis de Contenido, centrado en indagar los distintos significados de un objeto matemático, abordando sus procedimientos y relaciones existentes con otros conceptos, además de su fenomenología y sistemas representaciones, (Gómez , 2005).

Continúa el Análisis Cognitivo, en términos de Lupiáñez (2009), en él se estudia el aprendizaje a lograr en los estudiantes fundamentándose en el currículo, el docente identifica los objetivos y conocimientos que poseen los estudiantes para la construcción y comprensión del nuevo concepto, reconoce las dificultades y errores que pueden enfrentar sus alumnos en el proceso de aprendizaje.

El Análisis de Instrucción, para Gómez (2002), es la etapa en la que se seleccionan las tareas a emplear en las actividades de enseñanza y aprendizaje, donde sus propósitos deben permitir lograr los objetivos fijados en el análisis previo, además se describen los recursos a emplear, y prevén las actuaciones de los estudiantes y posibles reacciones del profesor, es decir la realización de un análisis a priori a las tareas.

Finalmente se lleva cabo el Análisis de Actuación, este se focaliza en la puesta en práctica de las tareas en el aula, análisis de la implementación y posterior evaluación de resultados logrados, (Lupiañez, 2009). De este modo el docente contará con información para un nuevo desarrollo del Análisis Didáctico.

Metodología

Para desarrollar la investigación consideramos un enfoque metodológico cualitativo (Baptista, Fernández, & Hernández, 2006, pág. 18), de tipo descriptivo-interpretativo, donde los sujetos de estudio fueron 29 estudiantes del nivel 3° medio (16 a 17 años), en un liceo de modalidad científico- humanista, subvencionado de la quinta región de Chile.

La investigación se organizó en tres etapas que a continuación describimos, en un primer momento se realiza un Análisis Didáctico (Rico, 1998), sobre el concepto matemático en cuestión. Posteriormente, a partir del sustento teórico obtenido en la primera fase se diseña el instrumento de recogida de información, una tarea de aprendizaje. Finalmente se lleva a cabo su aplicación y el análisis de los datos, este último se realiza bajo el método de análisis de contenido (Krippendorff, 1990). Los resultados se plasman a través del desarrollo de los cuatro sub-análisis del análisis didáctico descritos anteriormente (Gómez , 2005)

Resultados

Análisis Didáctico, Análisis De Contenido

Sistemas de Representación

Como bien señala Duval (2000), cada sistema de representación del concepto matemático permite abordar su diversidad de significado, ver su complejidad y representarlo con diferentes signos, gráficos, símbolos. Por ello es necesario que el estudiante conozca distintas maneras de representar un mismo objeto matemático, ya que facilitará la compresión del contenido a aprender.

Entre los sistemas de representación del concepto Sucesos Independiente destacan los siguientes:

- Simbólico: Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ diremos que los sucesos $A, B \in \mathcal{A}$ son independientes si y sólo si:$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$ o $\mathbb{P}(A/\,B) = \mathbb{P}(A)$.
- Gráfico: Diagrama de Árbol.
- Algebraico numérico: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b^2}$.

- Verbal: Lenguaje usual.

Análisis histórico-epistemológico.

La noción de independencia surge con los juegos de azar en la edad antigua. En el siguiente periodo de la historia, Edad Moderna, su concepto se explicitó, pues en el contexto de experiencia independiente en el año 1576 De Moivre propone la definición *“dos eventos son independientes cuando no tienen conexión uno con el otro y lo que ocurra en uno ni fomenta ni obstruye la ocurrencia del otro”* (D’Amelio, 2004, pág. 14).

En 1788, Laplace enuncia las propiedades de sucesos independientes. Posteriormente el concepto de independencia fue fundamental para el desarrollo de la Teoría de Errores y Teorema de Límite. Además luego de conocerse los Axiomas de Kolmogorov, dicho concepto se expresó a través de la regla del producto “*sea* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *un espacio de probabilidad. Los sucesos* $A, B \in \Omega$ son independientes sí y sólo sí $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$.” (D’Amelio, 2004, pág. 140)

Con el análisis anterior se puede observar el origen y desarrollo a lo largo de la historia del concepto en estudio, la incorporación de sus distintos significados y representaciones, además de su relación con otros contenidos matemáticos.

Análisis Fenomenológico

Según Rincón (2007), el aprendizaje de un concepto matemático es más fácil si se basan en el contexto de la vida real en que se presenta o en situaciones que dan sentido. En este caso, algunos de ellos son: Situaciones Biológicas (genética Mendeliana); Situaciones físico- química, (comportamiento de moléculas de gases); Situaciones de juegos de Azar (por ejemplo considerar una baraja de Naipes Español y plantear la interrogante ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta par de figura espada?), entre otras.

Estructura Conceptual

Para sintetizar la información obtenida en el análisis de contenido, hemos elaborado un mapa conceptual del objeto *Sucesos Independientes* (figura 2). Este inicia con los tres elementos que componen un espacio de probabilidad e identificamos dentro de la σ-álgebra $\mathcal{A}$ los Sucesos Independientes, ligados directamente con la regla del producto según la definición expuesta. Además de ellos mencionamos sus modelos verbal, gráfico y simbólico de representación desarrollados anteriormente, este último posibilita expresar y trabajar la siguiente propiedad de dichos sucesos $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$.

La incorporación al mapa de nuevos conceptos y procedimientos relacionados al tema de estudio, permitió expresar con mayor claridad la complejidad de la estructura conceptual que este constituye.

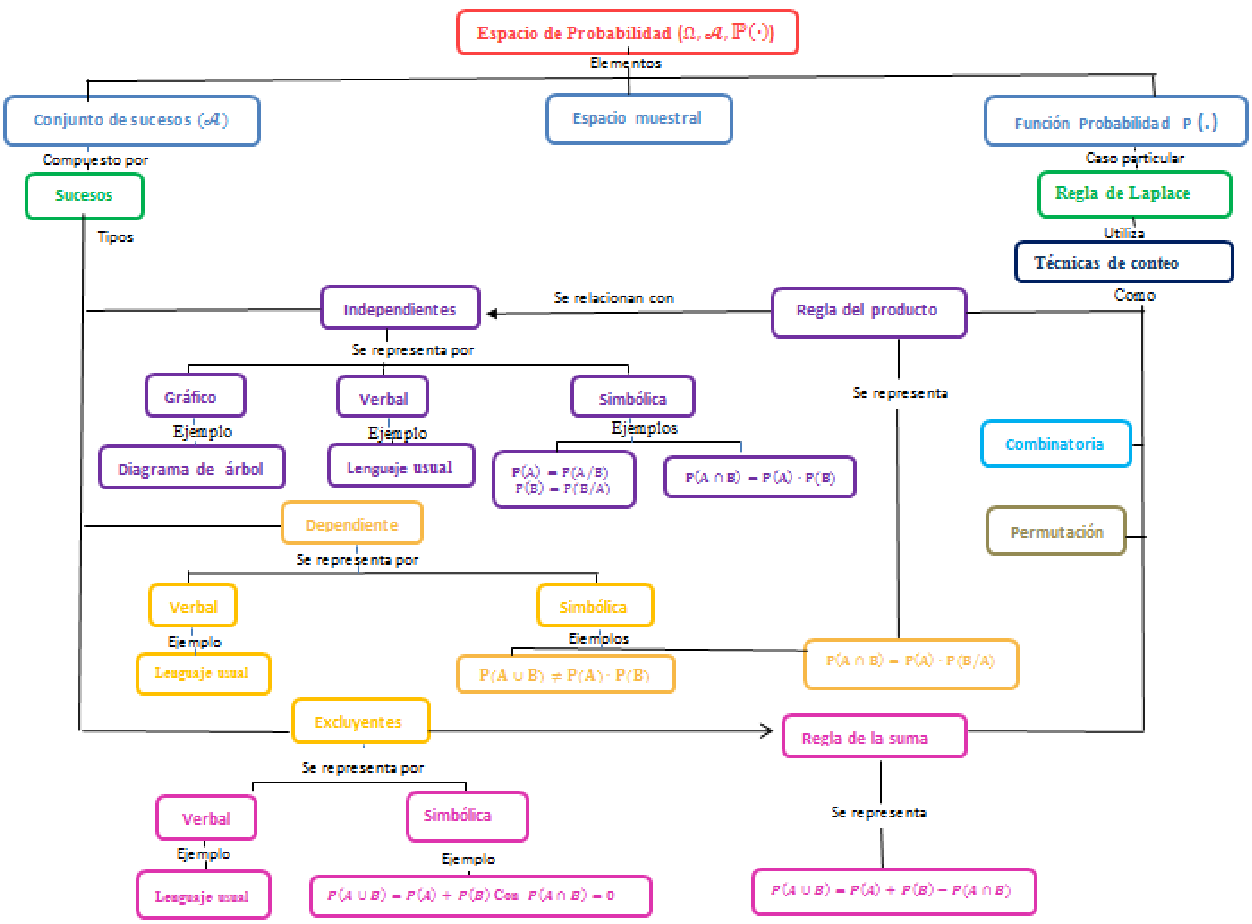


Figura 2. Estructura conceptual del objeto matemático Sucesos Independientes.

Análisis didáctico, análisis cognitivo

En diversas investigaciones se ha puesto de manifiesto las limitaciones que presenta el aprendizaje del concepto Sucesos Independientes, entre las dificultades destacamos:

- Construir el significado de la noción de independencia (Azcárate , Cardeñoso, & Serrado, 2005).
- Determinar o distinguir si dos sucesos son independientes, señalada por Cid (2009) y Azcárate, Cardeñoso y Serrado (2005).
- Distinguir entre sucesos independientes y experiencias independientes, y diferenciar entre eventos excluyentes e independientes, como afirma Sánchez (2009).

Sobre los errores relativos a este concepto encontramos:

- Asumir la igualdad $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$ como válida siempre (Darrigrandi, Ramos, & Zañartu, 2012).
- Confundir la regla del producto con la regla de la suma demostrándose la independencia de sucesos si cumplen $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$, expuesta por *D'Amelio* (2004).

Análisis didáctico, análisis de instrucción

Continuando los lineamientos que nos ofrece el análisis de contenido y cognitivo, se elabora una tarea de enseñanza considerando como fenomenología el juego de azar.

Ésta es una tarea, que consta de dos partes. La primera, aborda dos situaciones de juegos de azar, en una de ellas se trabaja con sucesos independientes y en la otra se pierde ésta condición. La segunda, consistió en 4 preguntas sobre cada situación, que aborda contenidos procedimentales y conceptuales**.** La situación que analizaremos en este documento se presenta en la tabla 1.

Tabla 1: Tarea de aprendizaje a implementar.

Se extra una carta al azar de una baraja inglesa (52 cartas de 4 pintas: trébol, pica, corazón y diamante o rombo. Cada pinta tiene los números de 2 al 10 y las cartas A, J, Q y K).

Pregunta	**Objetivo**
¿Cuál es la probabilidad de extraer una carta par de pinta corazón?	Calcular la probabilidad de la intersección de dos sucesos.
¿Cuáles sucesos podría definir en cada situación?	Definir sucesos involucrados en un problema de probabilidad.
¿Influye o afecta la ocurrencia de un suceso en la ocurrencia del otro suceso? ¿Por qué?	Abordar la definición intuitiva de sucesos independientes.
¿Cuál es el valor de $\mathbb{P}(A)\cdot\mathbb{P}(B)$?	Calcular la probabilidad de dos sucesos utilizando la regla de Laplace, y el producto entre estas.

Este instrumento diseñado para la recogída de información, permitió obtener datos, tomados de las hojas de tarea realizadas en el aula de clase, los que hemos sometido a un análisis cualitativo expuesto a continuación.

Análisis De Actuación

El análisis de las producciones de los estudiantes, así como el contraste entre lo previsto y lo ocurrido en la puesta en práctica se aborda a partir del Análisis de Actuación del Análisis Didáctico. En lo que sigue mostramos algunas respuestas de los estudiantes con su respectivo análisis a posterior y la clasificación de las limitaciones de aprendizaje encontradas en las mismas.

La figura 3 muestra que un estudiante logra calcular la probabilidad de la intersección de los dos sucesos involucrados en la situación 1 utilizando la regla del producto, aunque en ningún momento en su trabajo menciona o corrobora la hipótesis que debe cumplirse para usarla. Si bien éste estudiante no presentó problemas en identificar el espacio muestral y los casos favorables de cada suceso, no justifica su procedimiento.

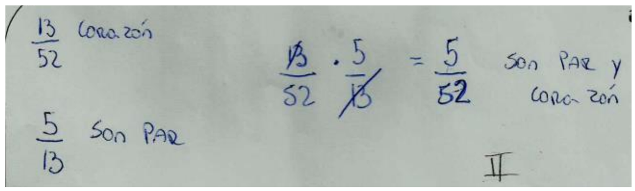


Figura 3. Respuesta a la pregunta 1 sobre la situación 1 de un estudiante.

Por otro lado, en la figura 4 se evidenció que los estudiantes definen los dos sucesos de la situación 1 como uno solo, presentando dificultad en reconocer los sucesos involucrados en un experimento, debido a que no poseen una comprensión del objeto matemático sucesos.

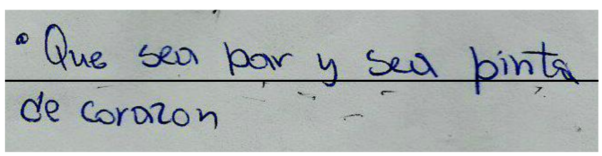


Figura 4. Respuesta a la pregunta 2 sobre situación 1 de un grupo de cuatro estudiantes.

Por último, la evidencia de la figura 5 muestra que tres estudiantes no logran identificar correctamente el espacio muestral y los casos favorables de cada suceso, dando una respuesta errónea a la pregunta. Esto lo asociamos al hecho de no tener claridad del significado de sucesos en probabilidad.

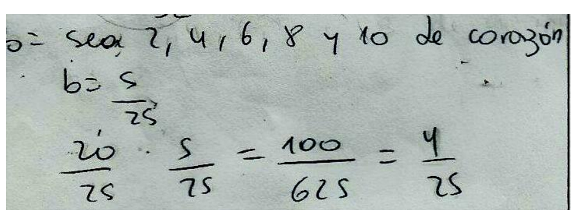


Figura 5. Respuesta a la pregunta 4 sobre situación 1 de un grupo de tres estudiantes.

Consideramos importante destacar los ejemplos de la figura 4 y figura 5, ya que en ellos también se muestran cómo alumnos no poseen un conocimiento básicos probabilísticos, específicamente el concepto de sucesos, de niveles de educación inferiores no correspondientes al nivel donde se aplicó la tarea. Lo cual permite demostrar lo fundamental que son los conocimientos previos en la construcción de uno nuevo, ya que estos pueden convertirse en limitaciones para el logro de aprendizajes producto de que su falta de dominio dificulta el avance de los alumnos en la adquisición de un aprendizaje.

Conclusiones

En consecuencia a lo observado en los trabajos realizado por los estudiantes y análisis desarrollados bajo el sustento teórico del Análisis Didáctico, podemos afirmar que la comprensión del concepto matemático Sucesos Independientes es complejo para los estudiantes, por ende en su proceso de aprendizaje se enfrentan a dificultades que el docente debe prever.

En esa misma línea, las principales dificultades identificadas se pueden resumir como identificar sucesos involucrados en un experimento, determinar espacio muestral y casos favorables de un suceso, además de confundir el concepto suceso con su probabilidad.

De acuerdo a lo anterior, es fundamental que el docente no solo conozca estas sino que también las aborde en clase, pues de no hacerlo impide que los estudiantes adquieran aprendizajes significativos, así como también no permite profundizar en contenidos probabilísticos que ayudan a desarrollar el pensamiento lógico matemático y entregan conocimiento para comprender información en la vida cotidiana.

Además es importante que a la hora de enseñar dicho concepto sea a través de situaciones en contexto real donde interviene, pues facilita su aprendizaje, según lo hemos evidenciado en el análisis de actuación de nuestro estudio.

Finalmente destacamos la importancia de los conocimientos previos en la adquisición de nuevos aprendizajes, pues "*simple y sencillamente, la actividad constructiva no sería posible sin conocimientos previos que permitan entender,* *asimilar e interpretar la información nueva, para luego, por medio de ella, reestructurarse y transformarse hacia nuevas posibilidades”* (Díaz & Hernández, 2002, pág. 147).

Referencias

Azcárate , P., Cardeñoso, J., & Serrado, A. (2005). Los obtáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *International Association for Statistical Education, 4(2)*, 59-81.

Baptista, P., Fernández, C., & Hernández, R. (2006). *Metodologia de la Investigación*. México: McGraw-Hill, Interamericana.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadistica*. Granada: Universidad de Granada.

Cid, E. (2009). *Guía didáctica para el profesor de Matemática 2° medio*. Santiago: Santillana.

D’Amelio, A. (2004). *Eventos mutuamente excluyentes y eventos independientes: concepciones y dificultades.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17, 138-144. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Darrigrandi, F., Ramos, M., & Zañartu, M. (2012). *Texto para el estudiante matemáticas 2° educación media.* Santiago: Santillana.

Díaz , F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw-Hill Interamericana.

Duval, R. (2000). *Representación, visión y visualización: Funciones cognitivas en el pensamiento*.Lille: Université du Littoral Côte-d’Opale, Boulogne, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais.

Gómez , P. (2005). *El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* Málaga: Comunicación presentada en Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemática (1 de diciembre de 2005).

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y disdeño curricular en matemáticas. *Revista EMA,* 7(3), 251-292.

Hérnandez , R., & Sánchez , E. (2001). *Exploración de Problemas Asociados a la Regla del Producto en Probabilidad*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 14, 86-395. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido*: Teoría y práctica. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.

Lupiáñez , J., & Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *Revista PNA 3(1),* 35- 48.

Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* Granada: Universidad de Granada.

MINEDUC. (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Minimos Obligatorios de la Educación Básica y Media.* Santiago: Chile.

MINEDUC. (2011). *Matemática Programa de Estudio Segundo Año Medio*. Santiago: Chile.

Rico, L. (1998). Complejidad del Currículo de Matemáticas Como Herramienta Profesional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1(1),* 22-39.

Rincón, L. (2007). *Probabilidad y Estadistica*. Ciudad de México: Facultad de Ciencias UNAM.

Sánchez , E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Revista Scielo, 21(2)*, 39-77.

Rediseño E Implementación De Un Texto Guía De Cálculo Diferencial Para Estudiantes De Ingeniería En Chile

Elisabeth Ramos-Rodríguez, Jonathan Rojas-Valero, Betsabé González Yáñez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
elisabeth.ramos@pucv.cl, jonathan.rojas.valero@gmail.com,
betsabe.gonzalez@pucv.cl

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo mostrar parte del estado del arte, el rediseño y algunos resultados de implementación -bajo el alero de la didáctica de la matemática- del primer capítulo del texto guía para futuros ingenieros, recién ingresados a la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Bajo el paradigma cualitativo, abordamos el estado del arte y el rediseño del texto actualmente empleado. Los resultados muestran una diversidad de formas en que se usa el texto, desde una simple sugerencia para el estudiante universitario, hasta un apoyo explícito, clase a clase. Por otro lado, se evidencia un empleo de textos que poseen un fuerte componente disciplinario (de la matemática), en desmedro de lo didáctico. Se presenta el rediseño de un texto que intenta impulsar la conexión entre la matemática y su didáctica como un medio que fortalezca el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel superior. Actualmente, dicho texto se encuentra en la etapa de implementación en dos cursos de cálculo diferencial de dos carreras de ingeniería. Tal aplicación ha tenido como producto el trabajo de estudiantes y profesores sobre dicho texto, evidenciando aspectos positivos de dicha implementación en base a la experiencia de los profesores a cargo de las asignaturas respectivas, quienes han dispuesto las bases para ajustar este rediseño en base a la implementación realizada.

Palabras clave: tareas matemáticas, texto guía, cálculo diferencial.

Introducción

Históricamente, una herramienta empleada para favorecer el aprendizaje de los alumnos de primer año de Universidad en la asignatura de Cálculo I (cálculo diferencial para ingeniería) es el texto de apoyo diseñado hace dos décadas atrás por Arancibia y Mena (1996). Este texto se diseñó sin contar con una mirada explícita desde la didáctica de la matemática, pero el grado de profundidad con el que la matemática se trata y la gama de aplicaciones que contiene para la Ingeniería le ha otorgado a lo largo de los años, un reconocimiento tanto a nivel local (ya lleva 2 décadas siendo el texto guía en todas las Carreras de Ingeniería de nuestra Universidad) como a nivel nacional (por ejemplo, la Universidad Diego Portales lo tiene en varios de sus programas de estudios como texto de referencia) e internacional (en Universidades de extranjeras, como la Universidad Nacional de Córdova).

Por otro lado, el docente de nuestra Institución tiende a una enseñanza tradicional y conductista. Estudios realizados (por ejemplo, Guzmán, Ramos y Mena, 2009) en nuestra Universidad, nos evidencia que, en el caso de la axiomática de los números reales (tema que pretendemos tratar en este proyecto), los profesores la presentan con una metodología expositiva, para que, finalmente no sea materia que consideren en las pruebas. Nos planteamos, pues, el fortalecimiento de la enseñanza impartida a partir de las sugerencias que se proponen en el texto guía. Este trabajo además de presentar elementos del estado del arte para desarrollar un *Experimento de Enseñanza* (Plomp, 2010) (es decir, el diseño, planificación y análisis de una unidad didáctica) avanza en el diseño del capítulo primero del texto propiamente tal, como herramienta para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los futuros ingenieros, recién ingresados a nuestra casa de estudios. La nueva versión contempla sistemas de reforzamiento, seguimiento y evaluación, así como aspectos relativos a estrategias de aprendizaje.

Los resultados de esta experiencia nos permitirá visualizar en qué grado la reformulación del texto guía apoya la propuesta de enseñanza basada en él y por consecuencia, aportan al proceso de inserción a la universidad de las nuevas generaciones de estudiantes. Aprovecharemos los beneficios que la didáctica de la matemática nos entrega para el rediseño de un texto que se utiliza desde ya dos décadas en una gran cantidad de estudiantes novatos, en específico de las Carreras de Ingeniería de la universidad.

Marco de Referencia

Para la construcción del texto, en específico, para la selección de tareas matemáticas, nos basamos en la clasificación de tareas propuestas por Stein y colaboradores ((Stein, Smith, Henningsen y Silver, 2000). Una descripción de cada nivel de demanda cognitiva se ilustra en la tabla 1, sintetizada a partir del trabajo de Stein y colaboradores.

Tabla 1. Niveles de demanda cognitiva de las tareas

Nivel	Tipo	Descripción
Baja demanda cognitiva	Memorización	Tareas para el aula automáticas, sólo se requiere la memoria, sin realizar procedimientos.
	Procedimientos sin conexiones	Algoritmos que requieren uso de un procedimiento, pero no demandan establecer conexiones entre conceptos matemáticos.
Alta demanda cognitiva	Procedimientos con conexiones	Involucran varios conceptos matemáticos subyacentes, con múltiples representaciones, que ayudan a desarrollar el significado de la tarea.
	Haciendo matemáticas	Demanda un pensamiento complejo y no algorítmico, en el que se debe explorar y entender la naturaleza de los conceptos matemáticos.

Se destaca la *demanda cognitiva* puesta en juego en las tareas, distinguiendo tareas de nivel cognitivo bajo (memorísticas, procedimientos sin conexión) y alto (procedimientos con conexión y haciendo matemáticas). Este marco de tareas referente al nivel cognitivo puesto en juego en ellas, pone el énfasis en la actuación del profesor en clase, qué se materializa en las tareas que selecciona y la forma de gestionarlas, determinará maneras en que su instrucción apoya o inhibe la participación de los estudiantes en procesos de alto nivel cognitivo, y con ello en qué grado su actuación repercute en el aprendizaje del alumno.

Metodología

Con una metodología cualitativa se enmarca este trabajo descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). El estudio se encuadra bajo el enfoque de la *Investigación basada en el Diseño*, ilustrado por Plomp (2010) en tres etapas: investigación preliminar, diseño de prototipos, y, evaluación; para este trabajo detallaremos lo acontecido en la etapa 1 y en parte, la etapa 2.

Los instrumentos de recogida de información son un cuestionario, libros de apoyo a la asignatura de cálculo, de diferentes universidades chilenas y el texto guía para estudiantes de cálculo diferencial de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Además de las grabaciones de las sesiones implementadas y de las entrevistas a los docentes del curso.

Para el diseño de prototipo de enseñanza nos enfocamos en un texto que emerja del capítulo primero de la versión actual de texto guía (Arancibia y Mena, 1985). Se emplea la validación interna para el instrumento diseñado, considerando expertos tanto del área matemática como didáctica de la matemática.

Resultados

Los resultados se plasman a través de la etapa 1 y 2 de la investigación basada en el diseño.

Investigación basada en el diseño, etapa 1: estado del arte

El estado de arte se plasma en Ramos, Vásquez, Rojas y González (2015), donde detallamos la apreciación y uso que tiene el texto actualmente empleado por los docentes de nuestra universidad. Se observa una tendencia a considerar el texto como elemento secundario en el proceso de enseñanza aprendizaje, otorgándole un valor relevante a su estatus matemático más que al didáctico. Bajo la consigna de mejorar los aprendizajes de los estudiantes, se hace necesaria una modificación y rediseño del texto inicial, con el objetivo de generar un instrumento que sea consistente en relación al quehacer de los docentes y las herramientas disponibles para el avance curricular y aprendizaje de los estudiantes de Ingeniería, constituyéndose el texto de esta forma, como un puente que permita lograr una transposición didáctica acorde al contexto de cada curso.

También en Ramos, Vásquez, Rojas y González (2015), estudiamos textos guía empleados en otras universidades, en donde solo uno de ellos, al dar a conocer la estructura de cuerpo, ordenado y completo, menciona la densidad de los números racionales o irracionales. Al comparar el tratamiento de los textos complementarios con los del texto guía, vemos que hay diferencias en esto, debido a que el texto guía lo hace de manera formal. La mencionada modificación al texto guía, debe contemplar sin duda, una dualidad entre los aspectos formales o matemáticas puros y modelos matemáticos aplicados en diversos contextos, lo cual permitan tanto al profesor como a los estudiantes, dar sentido a la matemática con la cual trabajan en cada una de sus clases, logrando de esta forma, un aprendizaje de los contenidos en cuestión.

Investigación basada en el diseño, etapa 2, reformulación del texto

Teniendo en cuenta el estado del arte, se establecen directrices para el rediseño del capítulo 1. A continuación mostraremos algunos ejemplos de los elementos relevantes que componente este nuevo capítulo.

- Desafío inicial. Se diseña cada capítulo del texto considerando un desafío inicial, tomando de base la noción de situación didáctica planteada por Brousseau (1986), nos atrevemos a plantear a l inicio de cada tema un desafío que permita al alumno enfrentarse a sus conocimientos previos y a partir de ellos construir los nuevos junto al docente. En la figura 1 se ilustra uno de los desafíos propuestos en el texto.

Dos personas salen simultáneamente de dos ciudades, A y B, una en dirección de la otra. La primera persona camina $2\,\frac{km}{h}$ más de prisa que la segunda y llega al lugar de donde partió B una hora antes de que llegue B al lugar de donde partió A. Si ambas personas distan, inicialmente, $24km$. ¿Cuántos *km* recorre cada una de ellas en una hora? (Ayuda: $\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$).

Si consideramos $v\,\frac{km}{h}$ la velocidad de A, entonces la velocidad de B será de $(v-2)\frac{km}{h}$.

a. Expresa, en términos de v, el tiempo t_1 que demorará A.
b. Expresa, en términos de v, el tiempo t_2 que demorará B.
Completa las siguientes tablas colocando distintos valores a "v" cuando corresponda:

V									
t_1									

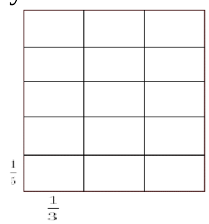
V									
t_2									

Figura 1. Ejemplo de desafío inicial del tema "axiomas de cuerpo"

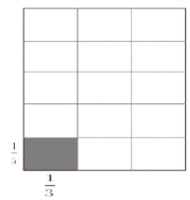
- Demostraciones. A raíz de las observaciones de los profesores encuestados en Ramos, Vásquez, rojas y González (2015) se decide concretar menos demostraciones en la nueva versión de capítulo, considerando indispensable la demostración de que √2 es un número irracional y la que menciona que entre dos números racionales existe al menos un racional.

- Ejemplos y ejercicios. Éstos contiene un relevante elemento didáctico, se enfoca en la tipología de tareas propuesta por Stein y colaboradores (Stein, Smith, Henningsen y Silver, 2000). Un ejemplo de tarea del tipo "procedimiento con conexiones" se ilustra en figura 2.

¿Cómo multiplicar $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{5}$?
Consideremos el cuadrado de lado una unidad.
Uno de los lados lo vamos a dividir en 3 y el otro en 5



Así se obtiene que el área de uno de los rectángulos que se forman es $\frac{1}{15}$



Como 15 de ellos "completan" el cuadrado y $15\left(\frac{1}{15}\right)=1$, se tiene que el área del rectángulo es $\frac{1}{15}$ y cómo el área de un rectángulo es base por altura se tiene que $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}$ es igual a $\frac{1}{15}$.

Figura 2. Ejemplo de tarea de tipo "procedimiento con conexiones"

Un ejemplo de tarea sin producción se presenta en la figura 3.

Para la expresión algebraica $P(x)=\dfrac{2x+5}{6x+13}$, indique cual es la restricción y cuál es el conjunto Restricción o de Definición.
Por la axiomática vista, $P(x)$ tiene sentido como número real si y solo si $6x+13\neq 0$, esto es $x\neq -\frac{13}{6}$. Por tanto el Conjunto de Definición o Restricción es $\mathbb{R}-\left\{-\frac{13}{6}\right\}$.

Figura 3. Ejemplo de tarea del tipo "procedimientos sin conexiones"

Investigación basada en el diseño, etapa 2, implementación del texto

La implementación del texto rediseñado se está llevando a cabo, en este semestre académico, en dos cursos de cálculo diferencial. Ambos cursos cuentan con aproximadamente treinta estudiantes de primer año de ingeniería. Tales alumnos, se encuentran cursando la asignatura por segunda vez.

En lo práctico, se ha evidenciado mediante la observación y registro de clases, una actitud positiva por parte de los estudiantes frente a la utilización del texto diseñado, tanto en aspectos cognitivos como actitudinales, lo cual es avalado por las siguientes evidencias (figura 4).

Entrevistador: *En comparación al semestre pasado ¿qué ventajas o desventajas encuentras en el uso del texto?* (pregunta dirigida a viva voz a los alumnos, se detallan algunas respuestas)

Alumno 1: *El otro libro era de tamaño super incomodo, éste está bien para andarlo trayendo en la mochila ...además que todo está explicado en base al orden de la clase .*

Alumno 2: *Me parece muy bueno el libro por el tema de apoyo en ejercicios, la matemática que hay en ejercicios , he aprendido mucho más, agradezco mucho que hayan hecho este libro, me ha ayudado bastante. Para la próxima versión ¿vendrán más contenidos?*

Entrevistador: *si*

Alumno 2: *súper*

Figura 4. Apreciaciones de los estudiantes que están usando el texto

Se observa cómo los estudiantes valoran de manera positiva el texto, como una herramienta que favorece su proceso de aprendizaje, otorgando la importancia de la matemática presente en el texto. Además observan que es un texto que guía su aprendizaje.

Por otra parte, los profesores a cargo, han desarrollado labores de docencia en la Universidad por más de 10 años, y cuentan con vasta experiencia en la dictación del curso en cuestión, y de forma particular, han desarrollado la enseñanza de la unidad de Números Reales en variadas oportunidades. De esta forma, los profesores involucrados, han vivenciado los cambios que se han contemplado en el nuevo texto de estudio, donde, en contraste con la experiencia y conocimientos de cada docente, se han podido establecer, por parte de ellos, algunas directrices que nos permitan complementar, fortalecer y retroalimentar el rediseño del texto, a fin de realizar las modificaciones respectivas, a fin de que respondan no solo a aspectos propios de esta investigación sino que además, a las circunstancias reales frente a las cuales el texto será utilizado.

Respecto al parecer de los docentes manifiestan diversos comentarios (figura 5, 6 y 7)

El libro se ve bastante bueno, me gusta, los alumnos están quedaron fascinados, incluso extraje la tarea para la próxima clase del libro.

Figura 5. Apreciaciones de uno de los docentes donde se implementa el texto

Cabe destacar que el docente que hace este comentario, lleva trabajando con el libro anterior más de 20 años, por lo que teníamos la inquietud de que podría tener cierto rechazo al cambio de texto. Aun así, se puede apreciar que su postura inicial fue positiva.

Profesor: "*¿sabes lo que es bueno? Que como que te "guía", que es la idea de "texto guía", te guía el trabajo, pero para eso necesitamos que las respuestas estén correctas*

Figura 6. Comentario de uno de los profesores de los cursos donde se implementó el texto

En este comentario el docente hace mención a la idea basal del texto: ser un texto guía para el estudiante, según su criterio el texto lo cumple. Esto nos deja satisfechos sobre la forma en que hemos presentado el tema y el cumplimiento del rol como libro.

Por otro lado, el profesor hace mención a una debilidad de esta versión, los errores en las soluciones de algunos ejercicios, aspecto que se espera solucionar rápidamente.

Profesor*: También podríamos mencionar otras cosas, como hay cosas de gusto*

Entrevistador*: ¿cómo cuál?*

Profesor*: yo acá [señalando el capítulo de valor absoluto], por ejemplo, el valor absoluto*

Entrevistador*: ¿no le pondrías a esto "valor Absoluto"?*

Profesor*: no, me refiero a que hubiese definido de inmediato como noción de distancia en los reales.*

Figura 7. Extracto de la entrevista a uno de los profesores de los cursos donde se implementó el texto

En esta conversación el profesor hace referencia a una cuestión de la disciplina matemática, a la formalidad de los contenidos, enfatizando la relevancia de definir el concepto de valor absoluto desde la distancia euclidiana. Esto nos pone en un escenario para reformular esta sección del libro considerando la experticia del docente de aula.

Dado que aún se está desarrollando la etapa de implementación, se continúa vigilando dicho proceso, con miras a rescatas todos los aspectos que nos permitan generar una reformulación acorde al contexto institucional.

Conclusiones

Los elementos estudiados en el estado del arte –etapa 1 de la investigación basada en el diseño- referente al tema, nos permitió posicionarnos a la hora de reconstruir el texto guía, parte de la etapa 2 de la investigación basada en el diseño.

Su rediseño obedece a varios aspectos. En primer lugar a una mirada actual a las demostraciones, qué relevancia tiene en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática de nivel superior. En segundo lugar a las tareas matemáticas desarrolladas o propuestas, de qué índole deben ser y cuáles seleccionar. La forma de introducirnos en cada tema, considerando la noción de situación didáctica planteada por Brousseau (1986) también fue un aspecto central en el rediseño.

Por otro lado, en el desarrollo de la implementación, se pueden visualizar diversos cambios frente a la utilización del texto. Este ha generado una actitud mayormente positiva por parte de los docentes y de los estudiantes, tanto en aspectos de presentación del texto como en aspectos más bien teórico-didácticos.

Se espera que el conjunto de todos estos elementos, nos abra el camino hacia la mejora de los aprendizajes de las nuevas generaciones de estudiantes de nuestra universidad.

Referencias

Arancibia, S. y Mena, J. (1996). *Cálculo Diferencial para Ingeniería*, primera edición. Ediciones Universitarias.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches. En *Didactique des Mathématiques*. Vol 7. Nº 2. 33 - 115.

Guzmán, I., Ramos, E. y Mena, A. (2009). ¿Cómo se enseña en la Universidad? El caso de los Números Reales. En Orus P., Zamora L. y Gregori P. (Ed.), *Teorías y Aplicaciones del Análisis Implicativo*. España.

Hernández, R., Fernández C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.

Plomp, T. (2010). Educational design research: An introduction. En T. Plomp y N. Nieveen (Eds.), *An Introduction to Educational Design Research* (pp. 9-35). Enschede, the Neth- erlands: SLO.

Ramos-Rodríguez, E., Vásquez, P. Rojas, J. y González, B. (2015). *Un* *experimento de enseñanza basado en la actualización del texto guía de Cálculo Diferencial para estudiantes de Ingeniería en Chile, su estado del arte*. En XXII Congreso Internacional de Educación y Aprendizaje. España.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Reston: NCTM.

Una Propiedad De Los Lados Del Triángulo, Secuencia Didáctica Para Alumnos De Secundaria Incorporando Material Didáctico Manipulable

Roxana Hernández Castruita, Nancy Janeth Calvillo Guevara, Plácido Hernández Sánchez
roxyhc1606@gmail.com, nancycalvillo@gmail.com, placidohernan@gmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Matemáticas

Resumen

En este documento se presenta una visión general acerca del trabajo de tesis que se desarrollará para obtener el grado de Maestra en Matemática Educativa. La problemática que se detectó al momento de analizar los antecedentes refleja que cuando los estudiantes llegan al nivel secundaria existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas. Al respecto, el profesor podría incorporar materiales didácticos manipulables en la enseñanza para lograr que los alumnos comprendan un contenido matemático, ahí radica la importancia de esta investigación. Esto se hará mediante el diseño de una secuencia didáctica tomando en cuenta que el material didáctico manipulable es un mediador entre el concepto y el estudiante. Como marco teórico se utilizará la Teoría de Situaciones Didácticas y la Ingeniería didáctica como metodología de investigación. Se espera que la secuencia contribuya a que los alumnos de segundo grado de secundaria comprendan una de las propiedades de los lados de un triángulo (cualquiera de los lados de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia).

Palabras Clave: propiedad de los lados del triángulo, material didáctico manipulable.

1. Planteamiento del problema

1.1Antecedentes

En esta sección se presenta una revisión de algunas investigaciones relacionadas con el estudio de la geometría en el nivel secundaria. La organización de estos antecedentes se realiza inicionado con las investigaciones referidas a la utilización de software en geometría, luego las relacionadas con las percepciones de los estudiantes respecto a la enseñanza de la geometría, para continuar tenemos las que consideran que es conveniente centrar la atención en la formación de futuros profesores y por último las referentes a la utilización de materiales didácticos en las clases de geometría.

En la investigación de Alemán (2009) titulada “La geometría con Cabri: una visualización de las propiedades de los triángulos”, en educación secundaria, cuyo objetivo fue explorar las propiedades de los triángulos favoreciendo la visualización, experimentación y descubrimiento de nuevas relaciones geométricas a través del programa de geometría dinámica Cabri, se concluyó que la escasa noción de los alumnos sobre triángulos (conceptos como vértices, lados, ángulos, medidas y su clasificación) no les permitió llevar a cabo el proceso de visualización en el problema que se les planteó, pero el interés por utilizar la computadora fue general y ayudó a los alumnos a manipular las propiedades mediante la visualización y el uso del programa Cabri.

En el estudio realizado por Castellanos (2010) sobre geometría dinámica aplicada a la visualización y razonamiento en las construcciones geométricas, se reportó que el razonamiento de los estudiantes no es el apropiado y que esto se debe a que en geometría no se enfrentan a situaciones problemáticas, pero que estos estudiantes de educación magisterial con ayuda del software GeoGebra, lograron desarrollar habilidades visuales.

Así, la importancia de la percepción de los estudiantes de educación secundaria respecto a la enseñanza de la geometría, es un foco importante que permite tener una visión general sobre lo que en realidad se les está trasmitiendo a los alumnos dentro del salón de clases y en este sentido, Gamboa y Ballesteros (2010), concluyen en su investigación que dichas percepciones muestran que la enseñanza de la geometría se presenta de manera tradicional, lo que significa que sus tópicos son vistos como una serie de definiciones, ejemplos y fórmulas, orillando a los estudiantes a no encontrar la relación de su estudio, con su contexto.

La importancia de centrar la atención en los futuros profesores fue considerada por Godino, Gonzato y Fernández (2010), quienes realizaron un estudio sobre los conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática (¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?), lo que ellos encontraron fue que los estudiantes dan respuestas deficientes que revelan que no hay un razonamiento adecuado que les permita justificar sus respuestas.

Por su parte, Valenzuela (2012), mediante una encuesta realizada a los profesores donde pretendía indagar sobre el dominio de los materiales manipulables para la enseñanza de la geometría, su utilización en la clase y el conocimiento de los mismos, obtuvo que los profesores utilizan materiales sin estar preparados para hacerlo, pero que tienen el conocimiento de que dichos materiales ayudan a la comprensión del tema.

En este mismo sentido, Villarroel y Sgrecia (2011), en su artículo sobre los materiales didácticos en 1° año de educación secundaria, realizan como primer paso, la identificación de los materiales didácticos y después una caracterización para identificar las habilidades geométricas que permiten desarrollar, esto con ayuda del modelo de Van Hiele. Concluyen que el uso responsable de los materiales didácticos los vuelve facilitadores de las habilidades geométricas.

1.2 Planteamiento del problema de investigación.

1.2.1 Problemática.

La problemática de la enseñanza de la geometría está relacionada con varios aspectos. Por un lado, de manera epistemológica, desde los griegos, la naturaleza dual de la geometría ha sido afirmada y discutida: ¿La geometría estuvo o está relacionada con lo que nuestros sentidos perciben o con ideas intelectuales? (Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006). Las necesidades de la sociedad han estado involucradas con el desarrollo de esta área de las matemáticas, por ejemplo, ha sido utilizada en la arquitectura, la agricultura y en las artes, pero, algunas culturas se han enfocado en estudiar sus conceptos y relaciones lógicas.

Esta dualidad empírica-teórica de la geometría lleva a un rol problemático en su enseñanza. Por ejemplo, Duval (1988, 1998, 2000 citado por Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006) señala que el problema básico de la enseñanza de la geometría es porque ésta involucra tres clases de procesos cognitivos: Visualización, razonamiento y construcción. Cada uno de éstos cumple una función epistemológica específica, pero ellos debieran estar conectados para el aprendizaje de la geometría.

No obstante, después de algunos años de experiencia docente, Alemán (2009) advierte que la enseñanza de la geometría en el nivel de educación secundaria, queda en segundo plano. Al respecto, Gamboa y Ballesteros (2010) señalan que algunos profesores priorizan la enseñanza de las matemáticas en otras áreas y van desplazando los contenidos geométricos hacia el final del curso, lo que implica en varios casos la exclusión de estos temas y su atención de manera superficial.

Puesto que la enseñanza de esta disciplina se ha limitado a reconocer figuras y dibujarlas en el papel (Gamboa y Ballesteros, 2010), es notorio que existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas cuando los estudiantes llegan a la educación secundaria (Alemán, 2009), incluso, en un estudio realizado con estudiantes para profesor de matemáticas (Godino, Gonzato y Fernández, 2010) se encontró que aunque todos reconocieron que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°, casi la mitad de ellos no da ninguna justificación.

Es por esta razón que reconocemos que el estudio de las propiedades de triángulos es una oportunidad para mejorar el aprendizaje de la geometría con alumnos de secundaria. En particular nos enfocaremos en el estudio de la propiedad de los lados del triángulo, ya que al considerar este tema como un foco importante, permitirá que los estudiantes no solo reconozcan dicha propiedad, sino que logren comprenderla y apropiarse del conocimiento.

Para lograr que los alumnos se apropien del conocimiento es conveniente la utilización de materiales didácticos como mediadores entre los alumnos y el profesor (Área, Parcerisa y Rodríguez, 2010, citados en Valenzuela, 2012), por lo anterior se puede decir que es importante que los profesores incorporen este tipo de materiales para que faciliten el proceso de enseñanza-aprendizaje y de esa forma tratar de evitar que los alumnos tengan dificultades al apropiarse de los conceptos.

Las investigaciones expresan que los profesores deben conocer acerca de cuáles materiales se pueden utilizar, cómo y con qué fin; es decir, el docente debe primero saber incorporarlo a las actividades cuidando que cumpla las expectativas de la clase y tratando de ligar los conceptos involucrados, para que de esa forma diversifique sus estrategias de enseñanza.

Además, coincidimos con Cascallana (1970, citado en Valenzuela, 2012, p. 26) quien sostiene que “las explicaciones verbales a toda la clase y la realización individual de ejercicios, como único recurso, limita el aprendizaje a la mayoría de los alumnos”. Con esto consideramos necesario que el profesor utilice otras estrategias de enseñanza que estén orientadas a potenciar el aprendizaje de los alumnos.

En este mismo sentido, Barrantes (2002) sugiere que al considerar al alumno como el sujeto central de su aprendizaje, el libro de texto se revela como un recurso insuficiente por su concepción estática, es por esto que se debieran incluir otro tipo de materiales para el estudio de la geometría.

1.2.2 Problema

La enseñanza de la geometría se ha limitado a reconocer figuras y dibujarlas en el papel (Gamboa y Ballesteros, 2010) y es notorio que existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas cuando los estudiantes llegan a la educación secundaria (Alemán, 2009).

Algunos profesores toman como recursos principales para la enseñanza de la geometría el libro de texto y las explicaciones verbales, recursos que se revelan insuficientes para el aprendizaje según Cascallana (1970 citada en Valenzuela, 2012) y Barrantes (2002). Es decir, se deja de lado el uso de material didáctico manipulable, en particular, para el estudio de la propiedad de los lados del triángulo.

- **Pregunta**

¿Cómo diseñar una secuencia didáctica que incorpore material didáctico manipulable para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo?

- **Objetivo general**

Diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore material didáctico manipulable para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo.

- **Objetivos particulares**

  - Realizar un análisis preliminar de la secuencia didáctica en el que se rescaten elementos para ser tomados en cuenta para el diseño de una secuencia didáctica para el aprendizaje de la propiedad de los lados de un triángulo, utilizando material didáctico manipulable.

- Diseñar y/o adaptar una secuencia didáctica para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo, utilizando material didáctico manipulable.
- Experimentar una secuencia didáctica con la utilización de material didáctico manipulable en el tema de la propiedad de los lados de un triángulo.
- Analizar y validar la secuencia didáctica aplicada.

- **Hipótesis**

La aplicación de una secuencia didáctica donde se utiliza material didáctico manipulable ayudará a que los alumnos de secundaria aprendan la propiedad de los lados del triángulo.

Justificación

La importancia de utilizar los materiales didácticos en la enseñanza, ha sido un aspecto importante a considerar en las investigaciones, entre ellas, tenemos las de Pérez (1994) y Socas (1999), (citados por Barrantes, 2002, p. 86) quienes consideran que las tareas en el aula deben tener un comienzo basado en el uso de los recursos y del material didáctico:

> (…) la manipulación de objetos, la visualización de ciertas imágenes, la construcción de formas etc. son un rico manantial de conjeturas y una herramienta de diagnóstico de las ideas y conocimientos previos que los estudiantes tienen ante una determinada tarea (Pérez, 1994, 76).

La función mediadora de los materiales didácticos podría ayudar en la apropiación de los conceptos facilitando el proceso de enseñanza-aprendizaje, el profesor elija el material adecuado que permita al estudiante comprender los temas que se le están presentando (Área, Parcerisa y Rodríguez, 2010, citados en Valenzuela, 2012). También fomentan la interpretación y socialización de información (Villarroel y Sgreccia, 2011**,** p. 72).

Los materiales, como se menciona, podrían motivar a los alumnos y ayudar al profesor a cambiar sus estrategias de enseñanza, por lo tanto al utilizarlos de manera correcta y elegir los adecuados, podría contribuir al buen desarrollo de las clases y por lo tanto se podrían lograr los objetivos de aprendizaje respecto al tema estudiado.

Se considera que la importancia de diseñar y experimentar secuencias didácticas orientadas hacia el logro del aprendizaje de los alumnos, debe (debiera) ser una preocupación de los docentes, por lo cual es necesario (se sugiere) que se haga uso de las investigaciones disponibles y que nos brindan los medios para planear respecto a ciertos aspectos que permitirán obtener resultados favorables en nuestra práctica.

2. Marco Teórico y Metodológico

Se tomará como base la teoría de situaciones didácticas, porque consideramos que la didáctica de las matemáticas es el foco en el cual nos debemos centrar para mejorar la enseñanza y de esta forma poder lograr que los alumnos adquieran un conocimiento, además permite crear situaciones que tienen como objetivo describir la interacción de los saberes, dentro de aula entre los alumnos, el profesor y el saber.

Además, en nuestra investigación entenderemos por materiales manipulables *“todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones” (*Valenzuela, 2012, p. 24).

Como metodología utilizaremos la Ingeniería Didáctica de Artigue (1195), que tiene cuatro fases:

- Los **análisis preliminares**: en esta fase se llevará a cabo un análisis epistemológico referente a la forma en la que el tema de una propiedad de los lados de un triángulo es abordada en segundo grado de educación secundaria, esto tomando en cuenta el libro de texto que utiliza el profesor de la secundaria #73 ubicada en el Estado de Durango, algunas evidencias de los alumnos y el programa de estudios 2011 propuesto por la SEP. También se tomará en cuenta las posibles dificultades de los estudiantes al estudiar este tema.

- **Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas**: una vez realizados los análisis preliminares, se hará énfasis en los aspectos rescatados que se adecúen y promuevan el aprendizaje de una propiedad de los lados de los triángulos. Esto dará paso al diseño o estructuración de una secuencia didáctica donde se tomarán en cuenta las variables didácticas involucradas y se realizará un análisis a priori con el fin de anticipar los posibles procedimientos que los alumnos puedan llegar a realizar al momento de implementar la situación didáctica.

- **Experimentación**: se profundizará acerca de cómo se implementará la secuencia didáctica (puesta en escena), así como la forma en la cual se realizará la toma de datos.

- Los **análisis a posteriori y validación**: se basan en la experimentación (puesta en escena), las observaciones y las producciones de los estudiantes dentro o fuera del aula. Se hará una confrontación de los análisis a priori y a posteriori.

El estudio que se realizará es de tipo cualitativo, se trabajará con alumnos de segundo grado de Educación Secundaria en la materia de Matemáticas, se elegirá un grupo de alumnos para implementar la secuencia didáctica. La herramienta utilizada será una secuencia didáctica, la cual estará diseñada para que los alumnos logren comprender una propiedad de los lados de los triángulos.

3. Primeros Resultados

3.1 Análisis preliminar

3.1.1 Didáctico

El tema de una propiedad de los lados de un triángulo, es propuesto por la SEP (2011), en segundo grado, en el bloque I, para dicho tema se destinan 5 clases, las cuales están indicadas en el libro de matemáticas 2 (Baltazar, Ruiz y Ojeda, 2013), la estructura que se propone en el libro, es el planteamiento de una situación inicial donde el alumno utilice los conocimientos previos para resolver lo que se les pide, en este caso, se presenta un problema referido a un terreno en forma triangular, posteriormente se presenta en una tabla tres posibilidades para las medidas de los lados de dicho terreno, se espera que esto permita a los alumnos identificar cuándo es posible trazar un triángulo y que justifiquen su respuesta. Luego se tiene la parte de explorar y construir donde el alumno se adentra el tema, analiza y aplica diversos procesos que le ayuden a comprender el tema, es sí el apartado donde se aborda el contenido, aquí se les propone la utilización de popotes de diferentes medidas con los cuales los alumnos deben formar siete triángulos, con la medida de los lados de los triángulos, llenarán una tabla y responderán algunos cuestionamientos. Por último tenemos la etapa donde los alumnos deben obtener conclusiones con base en lo que se realizó con anterioridad.

Como se puede notar el libro de texto presenta un inicio, un desarrollo y un cierre del tema de una propiedad de los lados de un triángulo, además propone la utilización de material didáctico manipulable (popotes de diferentes medidas), pero no se puede asegurar si en realidad se lleva a cabo dicha actividad en el salón de clases y también cabe mencionar que el hecho de que en el libro esté propuesta una actividad que implique utilizar material didáctico manipulable, no asegura que el profesor lo aproveche de la mejor forma, pues en ocasiones para los profesores carece de relevancia su implementación.

3.1.2 Epistemológico

Desde la antigüedad las propiedades de los triángulos adquirieron un papel importante en la realización de actividades cotidianas que requerían de la aplicación de las mismas, por ejemplo los egipcios, en el año 2600 a. n. e. construyeron sus pirámides triangulares, los babilonios que describieron algunas características de los triángulos semejantes, en Grecia en el siglo VI a. n. e. se desarrollan los elementos de Euclides y el teorema de Pitágoras, la reflexión sobre el V postulado de dichos elementos dio paso a nuevas geometrías (geometrías no Euclidianas) en el siglo XIX. Todos estos acontecimientos mencionados, permiten observar la relevancia que ha tenido el estudio de los triángulos y su importancia para desarrollar ideas lógicas, además de actividades cotidianas.

4. Conclusiones

Es importante mejorar la enseñanza de la geometría en secundaria y para esto es necesario utilizar las estrategias de las cuales disponemos como profesores al momento de impartir nuestras clases, pero siempre tomando en cuenta las que permiten que los estudiantes adquieran un aprendizaje. La importancia de lograr la comprensión de los temas de matemáticas y específicamente en geometría es un aspecto importante que debería causar interés en los maestros, es por eso que consideramos que la utilización de materiales didácticos podría ser una estrategia de enseñanza recomendada, ya que actúan como mediadores entre el estudiante y el concepto, contribuyendo al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La razón por la que se decidió trabajar con el uso de materiales didácticos manipulables, y no con material didáctico tecnológico, fue porque en la mayoría de los casos la escuela no cuenta con los medios para llevar a cabo actividades con geometría dinámica, lo cual resultaría un obstáculo en la realización de dichas actividades.

Lo que se pretende es profundizar en el marco teórico (Teoría de Situaciones Didácticas) y la metodología (Ingeniería Didáctica) que vamos a utilizar, con el fin de fundamentar de manera objetiva el diseño de la secuencia didáctica que aplicaremos con base en una propiedad de los lados de los triángulos, así como la elección de los materiales didácticos manipulables que vamos a utilizar, con la intención de que esta investigación pueda ser útil en las clases de los profesores de matemáticas.

Referencias.

Alemán, J. (2009). La geometría con cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de Maestria inédita). Dirección de Estudios de Posgrado de la Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: M. Artigue, *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Iberoamérica, pp. 33-59.

Baltazar, C., Flores, E. y Ojeda, L. (2013). *Matemáticas 2*. México: Castillo.

Barrantes, L. (2002). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza – aprendizaje (Tesis doctoral inédita). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Universidad de Extremadura, Badajoz, España.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en Didáctique des Mathématiques, 7(2), 33-155.* (versión castellana).

Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra con alumnos de II de Magisterio de la ENMPN (Tesis de Maestria).* Dirección de Estudios de Posgrado de la Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare, 14*(2), 125-142.

Godino, J., Gonzato, M. y Fernández, T. (2010). ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?. Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra~~,~~ (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 341-352). Lleida: SEIEM.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 275-304. Recuperado el 16 de Septiembre de 2015 de: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=OTCsKu0BZ0kC&oi=fnd&pg=PA275&dq=learning+geometry&ots=4sNhvMTNID&sig=bhOqWQJnGxqaWJKC1Rkex3XOgrI#v=onepage&q=learning%20geometry&f=false.

México. Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio 2011, Guía para el maestro. Educación básica secundaria. Matemáticas.* D.F., México.

Ortiz, R. (1940). *Historia de las Matemáticos.* México. Fondo de Cultura Económica.

Valenzuela, M. (2012). *Uso de Materiales Didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Un estudio sobre algunos* *colegios de Chile.* (Tesis de Maestría Inédita). Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada.

Villarroel, S. y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números*, (78), 73-94.

La Resignificación De Gráficas De Variación Y Cambio En Una Comunidad De Prácticas De Ingeniería

Isabel Tuyub Sánchez

El estudio de la construcción de conocimiento matemático en diversos escenarios es un tema dentro de la Matemática Educativa, en especial dentro de teorías que consideran una componente social, debido a la diversidad de variables que presentan dichas construcciones que pueden dar pauta para referentes que sean tomados en la matemática escolar.

La desvinculación que existe entre la matemática que se enseña en la escuela y la que se emplea en el quehacer profesional es natural debido a que son escenarios con intencionalidades completamente diferentes, aunque a pesar de ello deben estar relacionadas pues la primera se crea como preparación para la segunda. Consideramos que la funcionalidad de la matemática es un elemento clave que puede permitir que el estudiante signifique el conocimiento matemático inmerso en su entorno escolar. Para ello consideramos pertinente hacer un estudio de caso de una comunidad profesional en la que podamos apreciar cómo ellos utilizan la matemática y le es útil en su práctica profesional.

La resignificación de la matemática consiste en reconstruir significados asociados a un conocimiento matemático, el cual puede evidenciarse mediante el uso de dicho conocimiento en un contexto específico en el que se significa por una persona o comunidad. Creemos que la resignificación de la matemática es una herramienta que permitirá la reconceptualización de saberes matemáticos y por ende apoyar en la construcción de conocimiento matemático.

Por ello en el video alusivo a la conferencia se mostrarán ejemplos a la luz de mi investigación doctoral de cómo se resignifican las gráficas cartesianas de variación y cambio en una comunidad. Para ello tres ejes que sustentan la investigación: observar prácticas de una *Comunidad de Prácticas*, la maestría en ingeniería de una Universidad. El objeto matemático a estudiar son las gráficas cartesianas de variación y cambio. Y considerar el carácter social de la matemática a través del uso del conocimiento para inferir la resignificación de éste.

La idea es reflexionar sobre los elementos que se resignifican mediante el uso de gráficas cartesianas de variación y cambio dentro de la comunidad señalada, con la intención de que podamos potencializar el impacto que estos elementos puedan tener en la construcción de conocimiento matemático.

Un Laboratorio Virtual Para Analizar Y Promover Los Niveles De Aprendizaje En Matemáticas

Dra. Edith Ariza Gómez, Lic. Jorge Oscar Rouquette Alvarado
Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco

Resumen

Un problema que generalmente se nos presenta a los docentes de matemáticas al inicio de cada curso escolar, es que los alumnos no cuentan con las bases necesarias para poder avanzar en el aprendizaje de nuevos contenidos.

Con la ayuda de las nuevas tecnologías de información y comunicación, hemos construido un *Laboratorio Virtual UAM-X*, que nos permite la elaboración y experimentación de diferentes materiales educativos interactivos en la modalidad de Sistema Tutorial.

Cada Sistema Tutorial contiene información específica de una determinada área del conocimiento junto con su estrategia de enseñanza. Esta estrategia además de indicar la forma de presentación de los contenidos, incluye las secuencias remediales donde se revisan a detalle aquellos elementos no comprendidos por los estudiantes.

Las ventajas de uso del laboratorio Virtual UAM-X en la modalidad de Tutorial, son que presta atención especial a cada estudiante, respeta su ritmo de aprendizaje y además registra la manera de abordar los contenidos.

Con el Laboratorio Virtual UAM-X se realizó un experimento aplicando un Tutor de Algebra a los alumnos que cursaban matemáticas en el Tronco Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades. Se probaron tres diferentes estrategias de enseñanza para identificar con cual de ellas se lograban promover los diferentes niveles de aprendizaje: identificar, analizar y sintetizar. Para contrastar el cambio en el desempeño de los estudiantes con al uso de estos materiales interactivos, se aplicaron dos reactivos, uno antes de usar el Tutorial de Álgebra y otro

después. Los resultados del experimento muestran que los alumnos logran aprendizajes significativos con la ayuda de los Tutoriales UAM-X y en especial aquellos que incluyen en su estrategia pedagógica la promoción de los niveles de identificación, análisis y síntesis en cada una de las lecciones.

Palabras clave: Tutorial, aprendizaje, laboratorio virtual, matemáticas, Algebra.

Introducción

El aprendizaje de matemáticas en los diferentes niveles educativos según estudios realizados por la UNESCO a nivel mundial en general es deficiente, se observa que los alumnos cuentan con un conocimiento no estructurado, algunos de ellos sólo conocen algunas fórmulas o conceptos, pero son incapaces de hacer ejercicios de análisis y mucho menos de síntesis para poder aplicar los pocos conocimientos que poseen en la solución de problemas reales. Además el conocimiento que adquieren es a corto plazo y la mayoría de los estudiantes solo lo usan para acreditar el curso y después lo olvidan.

Aunque los docentes de matemáticas hacen sus mejores esfuerzos para lograr que el alumno tenga un conocimiento a largo plazo, a veces por causa de algunos factores como el tamaño del grupo y el número de horas en el aula, el docente solo toma el papel de informante y no puede verificar que cada alumno realmente analice y sintetice el conocimiento para lograr un aprendizaje significativo.

Nuestro grupo de investigación para analizar y resolver este problema hace uso de un Laboratorio Virtual UAM-X en la modalidad de Sistema Tutorial con el fin de abordar los contenidos de matemáticas utilizando secuencias remediales adecuadas.

En este estudio se utilizó un Sistema Tutorial de Algebra con un grupo de estudiantes del Tronco Divisional de Sociales de la Universidad Autónoma Metropolitana, en la Unidad Xochimilco, para tratar de identificar cuales son los factores que ayudan a mejorar el desempeño de los estudiantes de matemáticas. Se analizaron los recorridos individuales de los materiales, así como el desempeño logrado con el uso de las diferentes estrategias de enseñanza.

Antecedentes

Los objetivos de aprendizaje en el proceso educativo pueden ser de dos tipos: los de tipo informativo, y los de tipo formativo. Los objetivos de tipo informativo se refieren a la información con que el alumno entra en contacto durante el curso, y determinan el nivel o grado de apropiación que debe conseguir con relación a ellos. Los objetivos de tipo formativo corresponden a fomentar la adquisición de métodos, habilidades o destrezas, actitudes y valores de tipo intelectual. Es decir fomentar en el alumno que aprenda a pensar, razonar, analizar, sintetizar, deducir, abstraer o inducir; que aprenda a leer y a comprender lo que lee. Los objetivos formativos de aprendizaje se pueden clasifican en tres niveles: identificar, analizar y sintetizar.

Identificar es el primer nivel del aprendizaje informativo y se refiere al conocimiento de cosas, hechos, contenidos o ideas, sin llegar a una mayor profundización o comprensión de los mismos. El aprendizaje de tipo memorístico se ubica dentro de este nivel. La exposición es básica cuando los alumnos tienen un primer contacto con los contenidos o información básica.

Analizar es el segundo nivel del aprendizaje informativo y se refiere a la comprensión a fondo de los contenidos que se manejan durante el curso. Para promover este nivel de análisis, es de suma importancia la forma como el profesor presente y explique los contenidos del curso. La exposición no es suficiente para lograr que los alumnos comprendan a fondo lo que el profesor explica.

Para lograr una mayor comprensión y profundización en los contenidos, es preciso complementar las exposiciones con otras técnicas de trabajo; como la técnica de interrogatorio, que ayuda a detectar y evaluar los niveles de comprensión, así como los temas en que hay dudas o lagunas significativas (Brien, 1994). Se puede utilizar también la técnica de debate o la discusión que integramos en el Sistema Tutorial mediante el uso de Foros, que permiten socializar el conocimiento con los compañeros del grupo virtual, ayuda a promover el aprendizaje, ya que al hablar el mismo lenguaje y experimentar las mismas dificultades se pueden cubrir aspectos que se dejaron de lado.

La aplicación de los elementos, genera una **síntesis** del conocimiento que corresponde al tercer nivel del aprendizaje y se refiere a la aplicación correcta en situaciones que pueden ser tanto teóricas como prácticas. Para lograr que los alumnos alcancen este tercer nivel del aprendizaje, es indispensable recurrir a actividades que propicien el análisis y la solución de problemas (Vigotsky, 1979).

Estructura del Laboratorio Virtual UAM-X

El laboratorio virtual UAM-X en la modalidad de Sistema Tutorial es interactivo y proporciona la ayuda pedagógica al alumno con el fin de lograr aprendizajes significativos. La base de conocimientos consta de información de determinada área del conocimiento y de secuencias didàcticas donde se plasma la experiencia del docente para guiar al alumno en la adquisición de conocimientos de una temática determinada. En este tipo de Sistema Tutorial no sólo se presentan conceptos, definiciones y comentarios al estudiante, sino que se le plantean preguntas y ejercicios, dosificados de acuerdo a su nivel de coplejidad, y acompañados de preguntas para comprobar si el estudiante ha asimilado el conocimiento. Dependiendo de la respuesta del estudiante a las preguntas y ejercicios, se seguirá una secuencia diferente en el transcurso de la lección.

La base de conocimiento está formada por árboles teóricos de decisión generados por el docente y contiene una colección de comentarios, preguntas y ejercicios para cada lección.

En los *árboles* los comentarios son elementos que proporcionan información al alumno y las preguntas y ejercicios sirven para determinar el curso de acción que debe realizarse o el recorrido de la lección que se ha de seguir, dependiendo de la respuesta correcta o incorrecta.

Además se tiene una sección de foros para recuperar los marcos referenciales previos y reestructurar el conocimiento.

Resultados del uso del laboratorio virtual

Se utilizó el Tutor de Álgebra UAM-X en alumnos del Tronco Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades. Se aplicó una evaluación a los alumnos antes y después del uso del Sistema Tutorial de Algebra UAM-X con el fin de evaluar el desempeño de cada uno de ellos. Los temas que se revisaron son: Introducción al lenguaje algebraico, operaciones con polinomios, Factorización, Productos notables, Ecuaciones de primer grado, Ecuaciones de segundo grado y Sistemas de ecuaciones.

En un estudio previo realizado con ayuda del laboratorio virtual UAM-X, dónde se analizó el tema de Leyes de los exponentes (Ariza, Fournier, 1995), se observó que el desempeño de los estudiantes mejoraba si se realizaban actividades orientadas a promover los procesos de análisis y síntesis en cada una de las sesiones. Es por esto que en este estudio se decidieron probar tres diferentes estrategias de enseñanza del tema de álgebra.

La estrategia 1, privilegia la identificación y consiste en presentar los materiales en forma interactiva con secuencias remediales; la estrategia 2 es similar a la estrategia 1, pero además se le presenta al estudiante un resumen al final de cada tema integrando elementos de análisis; la estrategia 3 es similar a la estrategia 2 pero además se le aplica al estudiante al final una evaluación para incorporar elementos de síntesis.

Evaluación de los estudiantes en las diferentes estrategias

En la evaluación previa al uso del Sistema Tutorial de álgebra, se observa que los alumnos que tenían menos marcos referenciales sólidos revisaron la estrategia 3, que es la más completa y los que tenían mayor conocimiento sobre el tema fueron los que usaron la estrategia 2. Ver Fig. 1

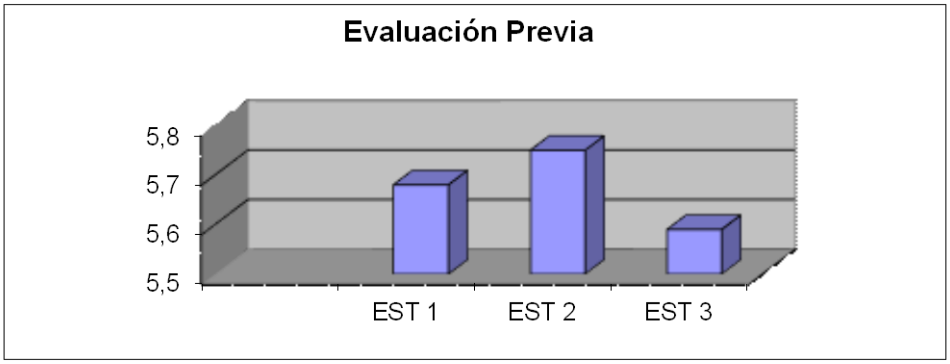


Fig. 1 Evaluación previa de los estudiantes

Sin embargo se observa que los conocimientos previos generales sobre Algebra, antes de hacer uso del Tutorial eran inferiores a 6.

Cuando se aplica la evaluación posterior al uso del Tutorial de Algebra, se observa que lograron una mejor calificación los alumnos que usaron la estrategia 1 y no mejoraron mucho los de la que usaron la estrategia 2 que eran los tenían mejores marcos referenciales previos en promedio más sólidos. Ver Fig. 2

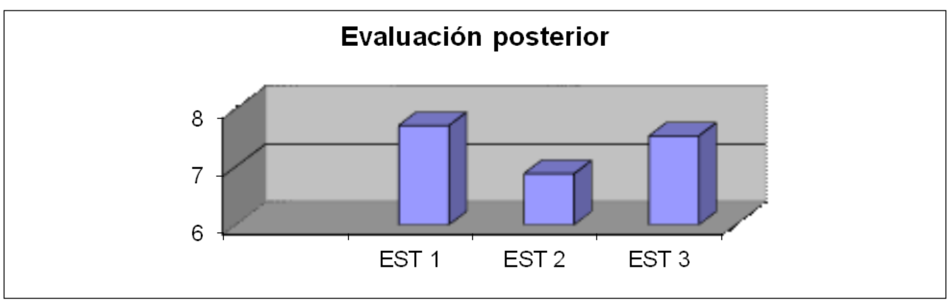


Fig. 2 Evaluación posterior de los estudiantes

Se observa además que la evaluación posterior promedio al uso del Tutorial de Algebra aumenta la calificación final en la estrategia 1 a más de 7.5, en la estrategia 2 a más de 6.5 y en la estrategia 3 a más de 7.

El desempeño de uso de los estudiantes se obtiene de la diferencia de la evaluación posterior y la evaluación previa al uso del tutorial de álgebra.

El mejor desempeño se obtiene con los alumnos que usaron la estrategia 3, que consiste en revisar el tutorial y al final de cada lección se le presenta un resumen de la información. Además se le aplica un cuestionario reuniendo las preguntas que contestó en forma inadecuada durante la interacción con el tutorial. Ver Fig. 3

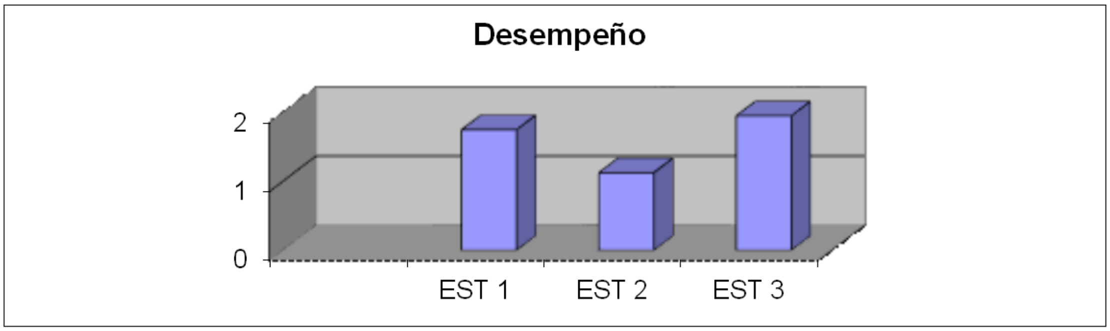


Fig. 3 Desempeño de los estudiantes con el uso de cierta estrategia

Con el análisis de los resultados de uso de las tres estrategias se observa que el aprendizaje mejora cuando se promueven los tres niveles del conocimiento que son: identificación, análisis y síntesis.

Análisis de los resultados de uso de las diferentes estrategias.

La estrategia de enseñanza 1, que se probó con el Laboratorio virtual UAM-X, consiste en presentar al estudiante elementos que le ayuden a conocer, analizar y a sintetizar en cada una de las siete lecciones. Además se capitalizan las bondades de uso de un Sistema Tutorial, que son la personalización del proceso educativo y proporcionar la ayuda pedagógica adecuada basada en el desempeño del estudiante.

Los alumnos que usaron la primera estrategia en promedio obtuvieron una calificación de 5.97 en la evaluación previa y 7.71 en la posterior. El desempeño real fue en promedio de 1.68. Ver Fig. 4.

	Evaluación previa	Evaluación posterior	Desempeño
Media	5.9	7.7	1.8
Mediana	6.5	8.0	1.5
Desviación estándar	2.7	2.0	1.45
Valor Mínimo	1	3	
Valor Máximo	9	10	

Fig. 4 Estadísticas del uso de estrategia 1

Los estudiantes que usaron la estrategia 2 obtuvieron en promedio en la evaluación previa una calificación de 5.75 y 6.87 en la evaluación posterior, fue más bajo el promedio de desempeño real que el obtenido con los que usaron la estrategia 1. Ver Fig. 5

	Evaluación previa	Evaluación posterior	Desempeño
Media	5.75	6.87	1.25
Median	6.5	6.75	1.0
Desviación estándar	2.45	2.1	1.25
Mínimo	1.5	3.5	
Máximo	9	10	

Fig.5 Estadísticas del uso de estrategia 2

Los alumnos que usaron la estrategia 3 obtuvieron en promedio en la evaluación previa una calificación de 5.59 y en la posterior 7.53, el desempeño real fue de 1.73, que es el más alto de las tres estrategias. Ver Fig. 6.

	Evaluación previa	Evaluación posterior	Desempeño
Media	5.59	7.53	1.73
Median	6.0	8.5	1.5
Desviación estándar	2.22	1.74	1.48
Mínimo	2	3.5	
Máximo	8.5	9.5	

Fig.6 Estadísticas del uso de la estrategia 3

Se observa que los estudiantes que usaron la estrategia 3 que inicialmente no contaban con marcos referenciales sólidos, después de hacer uso del Tutorial de Algebra lograron mejorar su aprendizaje.

Conclusiones

Para la elaboración de materiales educativos interactivos siempre se deben de considerar los tres elementos que interactúan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje: el docente, el alumno y la información o tema que se va a revisar. Si a cualquiera de ellos se le resta importancia se tendrá como resultado un mal desempeño de los estudiantes que se podrá observar en las bajas calificaciones escolares.

Nuestros estudiantes de matemáticas están conscientes de sus habilidades, fallas y deficiencias y que la participación del docente es parte importante del proceso, por lo que se deben preparar en matemáticas estrategias de enseñanza que contengan un mayor número de ejemplos y ejercicios con aplicaciones reales para que los alumnos puedan construir marcos referenciales sólidos que les permita avanzar en la construcción del conocimiento.

El laboratorio virtual UAM-X es un instrumento que nos permite simular y experimentar con diferentes ambientes educativos.

En este estudio se probaron tres diferentes estrategias de enseñanza y se observó que los estudiantes que usaron la estrategia 3 lograron un mejor desempeño, ésta estrategia es la que promueve en todo momento los diferentes niveles de aprendizaje: identificar, analizar y sintetizar.

Referencias

Ariza E. y Fournier (1995). *Efectos Diferenciales del nivel de interactividad de diversos Sistemas Tutoriales sobre el aprendizaje de Temas de Matemáticas y Computación en UAM-X.* Tesis de maestría en Desarrollo y Planeación de la Educación, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco, México.

Brien, Eastmond. (1994). Cognitive Science and Instruction. *Educational Technology Publications*. Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A.

Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicologicos superiores*. Ed.Paidos,Barcelona, España.

Sucesiones Figurativas De Segundo Orden, Una Secuencia Didáctica Utilizando Las Variables Como Números Generales

José Rolando Palomino Iraburo, Nancy Janeth Calvillo Guevara, Leticia Sosa Guerrero
palomino_rolando@outlook.com, nancycalvillo@gmail.com, lsosa19@hotmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Matemáticas.

Resumen

En este escrito se presenta una problemática relacionada con el uso de sucesiones figurativas de segundo orden utilizando la variable como número general en secundaria (estudiantes que tienen entre 14 y 15 años), en particular, los jóvenes no pueden identificar patrones o comportamientos al hacer uso de sucesiones, tanto numéricas como figurativas, sobre todo cuando son del tipo cuadrático. Para enfrentar tal situación se propone diseñar y aplicar una secuencia didáctica. Se considera que la teoría de situaciones didácticas de Brousseau brindará elementos importantes para su diseño, empleando sucesiones figurativas. Como metodología se utilizará la ingeniería didáctica. Se espera que con la implementación de la secuencia los estudiantes logren el reconocimiento de patrones en sucesiones figurativas y por ende, su posible generalización.

Palabras clave: sucesiones figurativas, segundo orden, patrones, generalización, secundaria.

1. Planteamiento del problema

1.1 Motivación del estudio

El tema de sucesiones en los tres niveles de educación secundaria es un concepto que ayuda al desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de las variables como números generales, "hay quienes consideran que el álgebra tiene que ver esencialmente con los procesos de generalización, y ponen énfasis en el uso de expresiones generales en las que los símbolos literales representan números generales” (Ursini, Escareño, Montes y Trigueros, 2005, p. 21). En ese sentido, Ferrini, Lappan y Phillips (1997, p. 282) señalan que “el estudio de patrones es una forma productiva para desarrollar el pensamiento algebraico en grados elementales o básicos”.

El tema Patrones y Ecuaciones constituye ya una parte de la currícula o propuesta institucional de algunos sistemas educativos, como el que propone la Secretaría de Educación Pública (SEP) en México, mediante Los Programas de Estudio 2011 de educación secundaria en matemáticas, en donde uno de los propósitos del estudio de las matemáticas en la educación secundaria es que los estudiantes “Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones” (México, 2011, p.14)

Asimismo uno de los estándares curriculares de matemáticas, que comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos al terminar la educación secundaria es que “el alumno resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión” (México, 2011, p.16), el cual se encuentra dentro del eje Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico.

En lo que se refiere a las competencias matemáticas una de ellas es:

> Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; se trata de que los alumnos puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución. (México, 2011, p. 23)

Como se mencionó anteriormente, las sucesiones aparecen en el estudio de la variable como número general, la cual se aborda desde primero hasta el tercer año de educación secundaria, es aquí donde los estudiantes comienzan a trabajar con sucesiones numéricas y sucesiones figurativas*, presentándose en ese momento una serie de conflictos de aprendizaje, como son: el no comprender el uso de literales, el comportamiento de patrones, entre otras.

Como consecuencia, éstos podrían acarrear a los estudiantes obstáculos y errores durante su trayecto en la educación secundaria y por consiguiente en el nivel medio superior y superior. Al respecto, la principal conclusión del estudio realizado por Przenioslo (2005) con estudiantes de secundaria y de universidad, fue que muchas de las concepciones de los estudiantes universitarios que ya habían cursado análisis matemático, probablemente habían sido formadas desde que estudiaron en secundaria.

Por otro lado, analizado el libro de texto “Fractal 3” (García y Mendoza, 2008) aunque se abordan las sucesiones de segundo orden, consideramos que son pocos los ejercicios propuestos para encontrar la expresión algebraica, pues, cuando se trabaja con sucesiones figurativas, solamente cuatro son de segundo orden, mientras que son 13 del tipo lineal. Aunado a esto señalemos que el sentido de las sucesiones numéricas se ve limitado al tipo de situaciones en la que se pide "encontrar la regla definida por x sucesión"; es decir, la enseñanza de este tema deja de lado aquellas situaciones donde el estudiante habría de descubrir el por qué o para qué encontrar dicha regla.

Otro aspecto a señalar es que algunos profesores cuando abordan este tema solo plantean ejercicios con sucesiones numéricas. Esto se puede corroborar al revisar las notas de clase de una estudiante de tercer grado de la escuela secundaria “J. Jesús Larios Guzmán” ubicada en la cabecera municipal de Gral. Pánfilo Natera, Zacatecas, donde se observa que la profesora organizó el estudio de las sucesiones numéricas retomando del libro únicamente los ejemplos en los que la sucesión está dada de manera numérica, omitiendo así el uso de sucesiones figurativas.

Es por esto que consideramos importante que cuando el profesor aborde contenidos con sucesiones numéricas de segundo orden, ponga especial atención sobre todo al uso de sucesiones figurativas en donde los estudiantes logren identificar y deducir las reglas que los rigen, ya que se considera que mediante la implementación de éstas podrían tener una mejor comprensión de la generalización, y por ende, de la variable. En ese sentido, Osorio (2012, p. 81) menciona que “los estudiantes identifican mejor el patrón cuando se trata con figuras, debido al tipo de arreglos, pues permite observar claramente las regularidades, porque se analizan todas sus partes, desde que se descompone, por así decirlo, a la figura”.

A continuación se analizarán algunas investigaciones que se han hecho respecto al tema de sucesiones, para después examinar el planteamiento del problema de investigación y por último una breve introducción al Fundamento Teórico.

1.2 Antecedentes

La transición de la aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares (Pérez, Pérez y Hernández, 2013). Al respecto, la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela (Vergel, 2015), Polya (1945, citado en Osorio, 2012, p.76) afirma que este tipo de razonamiento da lugar al conocimiento científico porque permite descubrir leyes generales a partir de la observación de casos particulares.

Además, es considerada un medio que conlleva hacia la abstracción, por tanto el aprender un lenguaje algebraico, requiere de la comunicación y ésta, se presenta cuando el alumno identifica un patrón e intenta expresarlo a alguien (Mason, Graham, Pimm y Gowar, 1985, en Osorio 2012). Al respecto, se detectó que a los alumnos se les facilita el tránsito entre lo aritmético a lo algebraico mediante la construcción de figuras geométricas y tablas con patrones numéricos (Pérez, Pérez y Hernández, 2013).

En este mismo sentido Osorio (2012) y Vergel (2015) concluyen que al tratar con sucesiones figurativas los estudiantes conjeturan y se inician en los principios del álgebra, debido a que hacen uso de expresiones verbales, palabras, dibujos y símbolos que les permiten acercarse a la simbolización.

Por otra parte es importante que los estudiantes desde una edad temprana se vallan relacionando con este tipo de situaciones, ya que según Vergel (2015) el hecho de contar con secuencias figurales propulsa una articulación de las estructuras espacial y numérica, lo cual constituye un aspecto importante del desarrollo del pensamiento algebraico.

Si bien el uso de sucesiones figurativas o numéricas podría permitir a los estudiantes llegar a la generalización y analizar los diferentes comportamientos de patrones, éstos podrían tener ciertas dificultades para llegar a la misma, ya que según Osorio (2011) en una investigación que realizó con actividades que involucraron sucesiones figurativas, con estudiantes de secundaria (14 a 15 años), pudo observar que los alumnos usaron el ensayo y error para determinar valores faltantes en una sucesión, pero desafortunadamente no pudieron llegar a la generalización, cabe señalar que las sucesiones eran tres del tipo lineal y una de segundo orden.

Respecto a las sucesiones figurativas, cuyo patrón se comporta de forma lineal y cuadrático, Osorio (2012) realiza una investigación con estudiantes de tercero de secundaria en donde encontró que cuando se presentan actividades a los estudiantes con secuencias figurativas o numéricas tanto del tipo lineal como cuadráticas, solo algunos estudiantes perciben una regularidad y sí logran observar lo que va pasando de una figura o número a otro, pero identificaron mejor el patrón cuando se trataba con figuras. La mayor dificultad se presentó cuando se trataba de relacionar una figura o número cuyo patrón es de tipo cuadrático.

Ya hemos analizado algunas situaciones que enfrentan los estudiantes al realizar actividades con sucesiones, pero, ¿qué pasa con los profesores? Para esto Juárez (2011) en su investigación da a conocer las dificultades que tienen 74 profesores de educación secundaria con los diferentes usos de la variable en el álgebra elemental, algunos resultados obtenidos cuando se hizo uso de la variable como número general fueron los siguientes: los profesores contestan correctamente actividades que implican la manipulación; logran desarrollar expresiones algebraicas simples, pero cuando la complejidad de la expresión aumenta los profesores presentan dificultades en la interpretación y la simbolización, muestra de ello fue que de los 74 profesores en la pregunta ¿escribe una fórmula que muestre cómo vas agregando puntos hasta llegar a la figura m-ésima? se obtuvo un 0% de aciertos.

Una vez que se analizaron los antecedentes se consigue apreciar que hay varias investigaciones relacionadas con sucesiones numéricas y figurativas sobre todo del tipo lineal (Osorio, 2011), pero son pocas las relacionadas con el tipo cuadrático. Además cuando se trata de relacionar una figura o número cuyo patrón es de tipo cuadrático, los estudiantes no se percatan de qué está sucediendo de un término a otro, no observan qué pasa de una figura a otra, no alcanzan a identificar el modelo que las rige, mucho menos llegan a simbolizar (generalizar) (Osorio, 2012). Asimismo, según Lozano (1998, citado en Juárez, 2011) encontró resultados poco alentadores sobre la comprensión de los distintos usos de la variable (incógnita específica, número general y en relación funcional) que tienen los alumnos de secundaria, bachillerato y universidad.

Asimismo, un punto importante a resaltar es que los estudiantes identifican mejor el patrón de una sucesión cuando ésta es del tipo figurativo (Osorio, 2012), llegando en algunos casos a la generalización, en donde utilizan expresiones orales, diseños y símbolos lo cual podría ayudarles al desarrollo del pensamiento algebraico.

1.3 Planteamiento del problema de investigación

1.3.1 Problemática

En los Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. En Tercer Grado en el Bloque IV, en el Eje de Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico, cuando se aborda el tema de Patrones y Ecuaciones el contenido es:

- La obtención de una expresión general cuadrática para definir el enésimo término de una sucesión.

Donde los aprendizajes esperados son que los estudiantes utilicen en casos sencillos expresiones generales cuadráticas para definir el enésimo término de una sucesión. En ese sentido cuando se aborda el tema de sucesiones de segundo orden en tercer año de secundaria, algunas veces se recurre al uso de sucesiones numéricas y figurativas, es aquí cuando los estudiantes enfrentan una serie de problemas como son:

- Llegar a la generalización de una sucesión, ya que algunos utilizan el ensayo y error para determinar valores faltantes, lo cual no es suficiente para resolver la actividad planteada (Osorio, 2011).

- Las sucesiones figurativas o numéricas tanto del tipo lineal, pero sobre todo del tipo cuadrático, ya que varios alumnos no se percatan sobre qué está sucediendo de un número a otro, no observan qué pasa de una figura a otra, lo que les impide que lleguen a la generalización (Osorio, 2012).

- Si bien los estudiantes logran identificar el patrón de una secuencia esto no es suficientes para llegar a la expresión algebraica (Velasco y Acuña, 2010).

Hablar de una solución correcta en un ejercicio relacionado con sucesiones, pero cuando se les pide que lo expresen de forma escrita, no tienen elementos para hacerlo o lo hacen de una manera incorrecta (Londoño, Kakes y Álamo, 2014).

Así que se puede sospechar que las dificultades que enfrentan los estudiantes en los procesos de generalización y cuando hacen uso de sucesiones en los niveles de educación básica, media superior y superior mucho dependerán de la experiencia vivida con las mismas.

Por otra parte en secundaria se da cierta preferencia a los modelos lineales cuando se presentan sucesiones para generalizar y el número de actividades de secuencias figurativas de segundo orden o cuadráticas que se plantean son escasas, lo cual se antepone a los estándares curriculares donde al egresar de la educación secundaria el estudiante “Resuelve problemas que implican expresar y utilizarla regla general lineal o cuadrática de una sucesión” (México, 2011, p.15).

1.3.2 Problema de investigación

Los estudiantes de tercer año de educación secundaria presentan dificultades al no poder identificar patrones o comportamientos al hacer uso de sucesiones, tanto numéricas como figurativas y en consecuencia no llegan a su generalización, sobre todo cuando las sucesiones son del tipo cuadrático.

Objetivo General

Diseñar e implementar una situación didáctica que ayude a los estudiantes a desarrollar e identificar el comportamiento de una sucesión figurativa de tipo cuadrático y su posible generalización.

Objetivos particulares

- Realizar un análisis preliminar que permita rescatar elementos para el diseño de una secuencia didáctica.

- Diseñar una secuencia didáctica relacionada con sucesiones figurativas del tipo cuadrático.
- Implementar la secuencia didáctica a estudiantes de tercer año de secundaria.
- Analizar los resultados obtenidos para mejorar el diseño.

Se espera que a través de la secuencia didáctica los estudiantes logren identificar el patrón en la sucesión y con esto consigan llegar a la generalización.

Hipótesis

> "Se considera que con la implementación de la secuencia didáctica, los estudiantes lograrán el reconocimiento de patrones en sucesiones figurativas de tipo cuadrático y por ende podrían llegar a la generalización".

Justificación

El tema de sucesiones numéricas se aborda en los planes y programas de estudio en diferentes niveles de educación en México como son preescolar, primaria, secundaria y medio superior (Torres, Borjón y Hernández, 2013), es decir, durante todo el proceso educativo básico los estudiantes deben de estar trabajando con actividades en donde se vea implícito el tema de sucesiones.

Además, cuando se abordan problemas relacionados con sucesiones de segundo grado en tercer año de secundaria se presentan pocas actividades con sucesiones figurativas, en algunos casos no se proponen actividades con dichas secuencias y en otros más ni siquiera se alcanza a desarrollar el tema. Es por eso que nosotros proponemos implementar una secuencia didáctica en la que se involucren secuencias figurativas de segundo orden o cuadráticas, en donde los estudiantes logren por sí solos visualizar el comportamiento o el patrón da la figura y con esto tengan mayores posibilidades de llegar a una deducción.

2. Fundamento Teórico y Metodológico

Para el diseño de una propuesta didáctica es importante saber qué actividades debemos plantear y de qué manera, para lograr el aprendizaje que pretendemos. Por esta razón es que nos basaremos en la Teoría de Situaciones Didácticas desarrollada por Brousseau (1986), pues ésta propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos, y menciona que los alumnos aprenden por adaptación al medio.

Así, dentro de esta teoría se propone un modelo que intenta explicar el comportamiento didáctico, para ello utiliza conceptos que describen el proceso enseñanza – aprendizaje, algunos de estos conceptos son la clasificación de los tipos de situaciones en las que se encuentra un alumno: acción, formulación, validación, institucionalización.

Además, es una teoría amplia que permite considerar que todos los fenómenos pertinentes puedan ser tomados en consideración, así podremos utilizar modelos adecuados para trabajar en la mayoría de los casos.

Por otro lado como metodología de la investigación se propone La Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), que comprende cuatro fases:

- Análisis preliminares. Donde realizaremos un estudio epistemológico para analizar la manera en que las sucesiones figurativas se constituyeron como tema de estudio en secundaria. Además se efectuará revisión acerca de la manera en que se trabajan las sucesiones figurativas en secundaria, y una inspección para analizar qué problemas en particular tienen los sujetos de nuestro estudio con respecto al tema.

- Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas. Con base en los resultados de los análisis preliminares se retomarán aquellos elementos que se consideren pertinentes para el aprendizaje de las sucesiones figurativas. Esto permitirá organizar una situación de aprendizaje en la que habremos de distinguir las variables didácticas.

También plantearemos dicha situación y realizaremos el análisis a priori respectivo, donde explicitaremos los supuestos, los probables y los seguros, de manera que nos permitan trazar la mayoría de las rutas que los alumnos pudieran tomar en la experimentación.

- Experimentación. Esta fase comprende la descripción de la manera en que se llevará a cabo la puesta en escena y la manera en que se hará la recopilación de evidencias.

- Los análisis a posteriori y validación. En esta fase se analizará lo que sucedió en la puesta en escena. Para la validación (interna) se realizará una confrontación entre los análisis a priori y a posteriori.

En general, se realizará un estudio del tipo cualitativo, donde se trabajará con estudiantes de educación secundaria, implementando una secuencia didáctica.

3. Conclusiones

Los estudiantes de secundaria presentan dificultades al no poder identificar patrones o comportamientos al hacer uso de sucesiones, tanto numéricas como figurativas y en consecuencia no llegan a su generalización, sobre todo cuando las sucesiones son del tipo cuadrático, por eso es necesario, que los profesores de matemáticas tengan herramientas que les permitan poner a los estudiantes en situaciones de aprendizaje donde estudien algunas sucesiones figurativas de segundo orden. Esperamos que esto les permita tener una mejor comprensión del uso de la variable como número general.

Es así que esperamos con esta propuesta poder brindar al profesor una herramienta didáctica que le ayude a desarrollar en sus estudiantes una mejor comprensión del uso de la variable como número general, y por consecuencia aportar para el desarrollo del pensamiento algebraico.

Por otra parte, consideramos que la elección de la teoría de situaciones didácticas como marco teórico y de la ingeniería didáctica como metodología, nos aportarán varios elementos teóricos que nos ayudarán a comprender el fenómeno de la enseñanza, por ende, nos facilitarán tanto la elaboración de la situación didáctica, como su validación.

Referencias

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: M. Artigue, *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Iberoamérica, pp. 33-59.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en Didáctique des Mathématiques, 7(2), 33-155.* (versión castellana).

Ferrini, J., Lappan G. & Phillips E. (1997). Experiencies with Patterning. *Teaching Children Mathematics*, 3 (6), 282-289.

García, S. y Mendoza, T. (2008). *Fractal 3. Matemáticas. Secundaria. Tercer Grado*. México: SM.

Juárez, J. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 76*, 83-103. Recuperado 25 de Febrero de 2015, de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Articulos_04.pdf.

Londoño, N., Kakes, A. y Álamo, A. (2014). Del reconocimiento de patrones a la generalización. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27,* 361-367. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme27.pdf

México. Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio 2011, Guía para el maestro. Educación básica secundaria. Matemáticas.* D.F., México.

Osorio, J.C. (2012). Procesos de generalización que intervienen en el aprendizaje del alumno al hacer uso de sucesiones. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 75-83. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme25.pdf

Osorio, J. C. (2011). Dificultades para la construcción de un modelo algebraico de segundo orden a través de sucesiones, para definir el enésimo término. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 24,* 13-22. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme24.pdf

Pérez, A. R., Pérez, A. D. y Hernández, H. (2013). Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26,* 863-871. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme26v.2.pdf

Przenioslo, M. (2005). Introducing the concept of convergence of a sequence in secondary school. *Educational Students in Mathematics.* 60: 71 – 93.Torres, M., Borjón, E. y Hernández, J. (2013). Una aproximación al concepto de sucesión con uso de tecnología por medio de representaciones semióticas en el nivel bachillerato. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 26, 2011-2018. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme26.pdf

Torres, M., Borjón, E. y Sosa, L. (2012). Representaciones semióticas del concepto de sucesión con uso de tecnología TI-INSPIRE. *VI Seminario Nacional de Tecnología Computacional en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática " Dr. Eugenio Filloy Yagüe"*. México.

Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y M. Trigueros (2005). *Enseñanza del Álgebra Elemental. Una propuesta alternativa,* México, Trillas.

Velasco, K. y Acuña, C. (2010). El uso de patrones geométricos para la construcción del lenguaje simbólico en estudiantes de nivel medio superior. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 23*, 805-811. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://www.clame.org.mx/documentos/alme23.pdf

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA, 9*(3), 193-215.

* Conjunto de figuras con la propiedad de que hay un patrón de crecimiento que permite encontrar todas las figuras, empezando por la que ocupa el primer lugar de la sucesión; luego la que ocupa el segundo lugar; luego la que ocupa el tercer lugar y así sucesivamente (Araujo, García, García, y López, 2006, p. 40).

Una Aproximación Al Uso De Las Razones Trigonométricas En Estudiantes De La Facultad De Arquitectura

Emmanuel Álvarez Hernández, Alma Rosa Pérez Trujillo
Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas

RESUMEN

En esta ponencia se presenta un avance de la investigación titulada "Una aproximación al uso de las razones trigonométricas en estudiantes de la facultad de arquitectura de la Universidad Autónoma de Chiapas", la cual ha centrado su atención en el fenómeno didáctico de las razones trigonométricas, con el propósito de conocer y analizar el uso que le dan a éstas los alumnos del tercer semestre de la Facultad de Arquitectura de la Universidad Autónoma de Chiapas (FA-UNACH), tomando en cuenta que estos conocimientos se construyen desde el nivel medio superior, por tal motivo, no nos interesa mostrar el proceso de construcción que el alumno lleva a cabo, sino analizar el uso que le está dando a este concepto y poder determinar cuáles son estos usos, consideramos que este uso esta matizado por la manera en cómo es abordado en los libros de texto, además, de la forma en cómo se enseña y en general al tratamiento que se le da a este concepto en el contexto escolar, esta investigación tiene como marco teórico a la Socioepistemología, y pretende seguir el esquema metodológico propuesto por Montiel y Buendía (2012).

Palabras Clave: Razones trigonométricas, socioepistemología, resignificación, matemática escolar, nivel superior.

Introducción

La investigación en Matemática Educativa ha dado evidencia de las dificultades en el aprendizaje que muestran los estudiantes de distintos niveles escolares (medio superior y superior) al manipular, interpretar y significar a las razones, ecuaciones, identidades y funciones vinculadas a las relaciones trigonométricas.

Por tal motivo la problemática que implica a esta investigación gira en torno al uso del concepto de razones trigonométricas en alumnos de tercer semestre de la FA-UNACH, partimos de las dificultades encontradas en la materia de taller de principios básicos de la estructura del curso preuniversitario de esta licenciatura, donde los estudiantes tienen las posibilidad de trabajar con estos conceptos a través del abordaje de los temas básicos establecidos en esta materia, los cuales han sido configurados como un medio para que los estudiantes transiten hacia el tercer semestre, además de que les servirán de base para sus estudios en general.

Nos interesa conocer los usos que los estudiantes del tercer semestre le dan a la rezón trigonométrica, ya que hemos detectado que en el curso preuniversitario, uno de los problemas a los que se enfrentan los estudiantes, es al momento de descomponer un vector en sus componentes X y Y, en muchos casos no saben cómo utilizar las razones trigonométricas, de tal forma que queda en evidencia que los alumnos no tienen las nociones necesarias sobre las razones trigonométricas o no han construido los significados adecuados, para que cuando tengan que resolver problemas que impliquen razones trigonométricas puedan hacerlo de manera adecuada. En este sentido, creemos que con las materias que llevan en el preuniversitario y en el tercer semestre de la licenciatura donde se abordan las razones trigonométricas, el estudiante ha logrado la construcción de ciertos significados sobre el concepto en cuestión, por tal motivo estamos interesados en conocer y analizar el uso que le dan los alumnos de los tercer os semestre de la FA a las razones trigonométricas, creemos que este análisis nos permitirá a través de la identificación de los usos de las razones trigonométricas, los significados construidos y afianzar este uso o bien proponer a través del diseño de algunas actividades la resignificación del concepto, ya que hay materias en donde ésta es la base para poder introducir nuevos temas que se les presentara a lo largo de sus estudios en la licenciatura.

Partiendo de lo que acabamos de comentar tenemos nuestra pregunta de investigación ¿Cuáles son los usos que los estudiantes de tercer semestre de la

Licenciatura en Arquitectura le dan a la razón trigonométrica?, esta pregunta es la guía que vamos a seguir en esta investigación, pensamos que en la búsqueda que hagamos para poder responderla cabalmente, podremos responder además, a la pregunta de si son estos usos adecuados.

Objeto de Estudio

El objeto de estudio de esta investigación es el uso de las razones trigonométricas en alumnos del tercer semestre de la FA-UNACH, nos enfocamos en el uso ya que este tema porque suponemos que este concepto ha sido construido desde en el nivel medio superior, en el curso preuniversitario y en los tercer os dos semestre de la licenciatura. Por tal motivo en este trabajo nos enfocaremos en conocer y analizar el uso de las razones trigonométricas por los alumnos de tercer semestre de la Licenciatura en Arquitectura.

Para llevar a cabo este análisis nos hemos fijado algunos pasos a seguir los cuales mencionamos a continuación:

1. Analizar los planes de estudio de nivel medio superior y superior con el fin de identificar los temas que estén relacionados con la construcción y el uso de las razones trigonométricas.

2. Conocer los conocimientos que ha construido el estudiante de preparatoria sobre las razones trigonométricas.

3. Revisar en los planes de estudio de la carrera de Arquitectura, la manera en cómo se aborda dicho tema en los primeros semestres y en el preuniversitario para determinar la forma en que se aborda el concepto.

4. Diseño de actividades que nos permitan identificar y analizar los usos de las razones trigonométricas por los estudiantes de tercer semestre de la licenciatura en Arquitectura.

5. Con base en el análisis e identificación, construir una propuesta didáctica para la resignificación de dicho concepto.

Teoría y Metodología

En esta investigación, haremos uso de la Teoría Socioepistemológica (TS) como marco teórico, la cual se caracteriza porque explica la construcción social del conocimiento matemático y la difusión institucional. Ello precisa de rupturas con los programas clásicos en Matemática Educativa. Además, considera el estudio minucioso de los contextos sociales y culturales vigentes en esos momentos históricos en que se constituyó un saber matemático (historizar), también se exploran otras formas de acercamiento a los fenómenos de construcción del conocimiento (dialectizar), delineando así una gama de diversidades y posibilidades que la aproximación Socioepistemológica provee al campo de la Matemática Educativa. Esto con el fin de abordar todo tipo de investigación que lleve implícita la construcción de saber matemático en contextos escolares o fuera de ellos, en épocas diversas, pasadas o contemporáneas y en escenarios culturales diferenciados

La teoría Socioepistemológica se basa en cuatro principios fundamentales que no son secuenciados sino más bien articulados el principio normativo de la práctica social, el principio de la racionalidad contextualizada, el principio de relativismo epistemológico y el principio de resignificación progresiva (Cantoral, 2013).

Para la Socioepistemología la práctica social es lo que norma la actividad humana, lo considera la base del conocimiento y lo que permite que se genere la construcción social del conocimiento matemático. Existen algunos principios que la caracterizan: El principio normativo de la práctica social se refiere a lo que norma la actividad, es decir, lo que hace hacer a los individuos o a los grupos. A diferencia de otros enfoques de corte social, para la Socioepistemología los trabajos colectivos (como suelen mirarse las prácticas sociales) son solo el tercer paso para una propuesta de construcción social de conocimiento.

El principio de la racionalidad contextualizada menciona que la construcción de conocimiento es un producto sociocultural por lo tanto nos habla de una cognición situada ya que se construye y es representativa del lugar en el que se origina. El principio de relativismo epistemológico es el que nos permite validar todo tipo de saber, reconociendo las condiciones socioculturales de su origen. Es decir, la validez del saber es relativa al individuo y al grupo en el que se origina el conocimiento.

El principio de resignificación progresiva reconoce que al momento de construir saberes se originan significados asociados a ese saber, sin embargo, al ponerse en funcionamiento en situaciones nuevas éste se resignifica y produce conocimientos. Es decir se pueden producir significados más robustos para un saber si se planean y desarrollan actividades didácticas con esta intención. Consideramos que la TS plantea supuestos teóricos relacionándolos con la problemática que estamos tratando y discutimos la necesidad de la resignificación del concepto de razón trigonométrica, ya que es la base para transitar hacia las funciones trigonométricas y su conformación en series.

Hemos trazado una ruta metodológica que nos permitirá dar cuenta sobre el uso de las razones trigonométricas en estudiantes del 1er semestre de la Facultad de Arquitectura de la UNACH y para ello emplearemos técnicas de recolección de información como por ejemplo: análisis documental, observación directa, construcción y experimentación de actividades de clase, que estén mejor adaptadas a una situación escolar y permitan la incorporación de diversas prácticas que conformen un acercamiento amplio al estudio de la matemática, por mencionar algunas.

Considerando el marco teórico, la metodología de investigación tiene que ver con el proceso de construcción y experimentación de actividades de clase, que estén mejor adaptadas a una situación escolar y permitan la incorporación de diversas prácticas que conformen un acercamiento amplio a identificar los usos de las razones trigonométricas en estudiantes del tercer semestre de la Facultad de Arquitectura de la UNACH.

Para ello tenemos la idea de guiarnos del esquema metodológico de Gisela Montiel y Gabriela Buendía, que se muestra en la figura 1.

Figura 1. Esquema metodológico (Montiel & Buendía, 2012, pág. 62)

Los nodos del esquema son momentos o fases de un proceso de la investigación global que incluyen un conjunto de tareas propias y se singularizan por las circunstancias que dan forma al fenómeno de estudio. Las flechas que lo componen representan acciones relacionantes entre los diferentes momentos y bien pudieran considerarse como relaciones en ambos sentidos; sin embargo, en beneficio de una imagen sencilla, convenimos ilustrarlas así. Se trata de un Esquema Metodológico ya que puede ser visto como un estudio sobre diferentes métodos de investigación en Socioepistemología; a la luz de una visión global, el esquema permite justificarlos y visualizarlos. Así, una tesis o proyecto de investigación podría tener un método compuesto por la combinación de algunos nodos de momentos y acciones relacionantes señalados en el Esquema; esos métodos particulares serían el camino que la tesis o proyecto recorrería desde su propia pregunta o temática de investigación hasta sus conclusiones.

Finalmente, es importante señalar que este Esquema es coherente con cualquier investigación de corte científico en educación y por supuesto, con la investigación en Matemática Educativa. Esto es producto de que en el reconocimiento de una problemática y el planteamiento de una pregunta, se hace uso de un cuerpo teórico y se considera una parte experimental para validar sus resultados. La particularidad Socioepistemológica estará, puntualmente, en la naturaleza del contenido de los nodos de momentos y de las acciones relacionantes y, globalmente, en la problematización del saber matemático en cuestión y la resignificación que se propone.

Reflexiones

Esta investigación adquiere relevancia si consideramos que no es un tema aislado o que forme parte únicamente de la licenciatura en arquitectura, sino que desde el nivel medio superior es introducido. De manera particular, con la revisión de los programas de estudio que hemos realizado, hemos encontrado que en la licenciatura en arquitectura de la UNACH este conocimiento es un conocimiento transversal, toda vez que es empleado en diversas materias como en la asignatura de estructuras ya que es ahí donde hemos detectado que se usa en la mayor parte de temas a abordar a lo largo de las unidades que la componen.

Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoria Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona, España: Gedisa.

Montiel, G., & Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: Ejemplos e Ilustraciones. En A. Rosas, & A. Romo, *Metodológia en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones* (págs. 61-88). México: Lectorum.

Función Seno. Una Propuesta Didáctica Para Su Enseñanza En Nivel Medio Superior

María Cleotilde Juárez Camacho, Ruth Verónica López Hernández
cotyjuarez@hotmail.com, r_veronic@ingenieros.com
Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas UNACH

Resumen

Los estudiantes del nivel medio superior, inician con carencias básicas, entre ellas, el conocimiento y pensamiento matemático. Es necesario actuar benéficamente para disminuir, haciendo accesible a los alumnos, el conocimiento que antecede a la función trigonométrica.

Con nuevos modos de enseñanza los aprendizajes significativos se han favorecido la aprobación y absorción del estudiante en su formación para sincronizar esas actividades matemáticas en competencias específicas.

La investigación que ahora presentamos es una aportación a la solución del problema educativo que vive nuestra sociedad actualmente, pero puede ser sumamente significativa para la enseñanza de la ciencia matemática en este nivel. Habitualmente la convivencia de las matemáticas con otras áreas científicas escolares se entiende como la aplicación de las matemáticas en los problemas de las demás ciencias. Esta investigación muestra el caso de la función trigonométrica Seno, que es en estas otras áreas científicas donde nacen las ideas y nociones, en las cuales sino consideramos los conocimientos matemáticos no tienen una significación, rendimiento y dirección, adecuada.

En relación a cómo vive la función trigonométrica en el medio escolar, encontramos diversas representaciones de ella. Es decir, es presentada, en el contexto del triángulo rectángulo, definiéndose como *razones*; para ampliar el dominio de los ángulos (ángulos medidos en grados, de cualquier valor: negativos y positivos) se refiere al sistema de ejes coordenados, definiéndolas también como *razones*. Con el círculo unitario se hace la conversión de ángulos

medidos en grados a radianes, para tratar, posteriormente, a las funciones trigonométricas como funciones de variable real (Maldonado, 2005)

Palabras Claves: Funciones trigonométricas, Círculo unitario, Descripción geométrica, Educación Media, Diseño didáctico.

Introducción

El presente trabajo de investigación se basa en trabajos realizados desde hace 10 años sobre la problemática que acontece en nuestro sistema escolar en la concepción y representación de conocimiento de la función trigonométrica.

Unas de las dificultades en la enseñanza de la matemática en nivel medio superior es que el docente presenta los contenidos aislados de su desarrollo histórico y social, es decir descontextualizados de la realidad y no se utilizan recursos que permitan un acercamiento a los conceptos mediante la interacción de los diferentes procesos que desarrollan la competencia matemática en los estudiantes.

El conocimiento matemático juega, indiscutiblemente, un papel primordial en la alfabetización de la ciencia, particularmente en la resolución de problemas de aplicación en contextos reales. En este caso la Matemática Educativa, como disciplina que se encarga de los fenómenos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en las distintas escuelas de pensamiento se han desarrollado investigaciones en varias direcciones: como se aprenden, como se enseñan, cómo se convirtieron los saberes teóricos en saberes escolares, cuáles son las restricciones institucionales y escolares para la actividad didáctica, etc.

Partimos de investigaciones realizadas sobre la Función Trigonométrica, que nacen en el seno de una aproximación teórica: la Socioepistemología. La cual distingue los elementos de construcción social: las actividades, las prácticas de referencia y las prácticas sociales ligadas a la constitución de la función trigonométrica. Detalla los momentos históricos de la función trigonométrica desde su origen, en las razones, hasta su constitución en series trigonométricas (Montiel, 2005).

La práctica social afecta dicha interacción entre la componente epistemológica, cognitiva y didáctica, y genera una explicación al fenómeno didáctico en términos del desarrollo del pensamiento matemático a través de las nociones de actividad, interacción, uso del conocimiento, explicación, debate, argumentación, consensos, instrumentación, validación, construcción y modificación de herramientas, todo ello en el planteamiento y resolución de situaciones problemáticas. En consecuencia, toda propuesta didáctica basada en esta aproximación supone un cambio significativo del discurso matemático escolar (DME): es decir, busca el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de conocimiento de parte de los estudiantes con base en prácticas sociales y no sólo, como hasta ahora, con base en el estudio de conceptos (Montiel, 2005).

Las ondas nos son familiares por el océano, por el estudio del sonido, por los terremotos y por otros fenómenos naturales. Sin embargo, como diría cualquier surfista, las ondas oceánicas, como todas las ondas, vienen en tamaños muy diferentes. Para entender del todo a las ondas, necesitamos entender las medidas asociadas a ellas, por ejemplo, cada cuánto se repiten (su frecuencia), cuán largas son (su longitud de onda), y su tamaño vertical (amplitud).

Si bien estas medidas coadyuvan a describir las ondas, no nos ayudan a predecir el comportamiento de las mismas. Para lograrlo, necesitamos ver las ondas de manera más abstracta, lo que podemos hacer usando una fórmula matemática. Sí, es posible ver las ondas matemáticamente, ya que la forma de una onda se repite a intervalos constantes a lo largo del tiempo y la distancia. Este comportamiento refleja la repetición del círculo.

Imagine que dibuja un círculo en un papel. Ahora, haga de cuenta que dibuja la misma forma mientras que, despacio, su amiga retira el papel de debajo del lápiz. La línea que hubiera dibujado toma la forma de una onda. Para poder apreciar mejor esta idea, vaya a la hoja y a su derecha comience a dibujar la mitad del circulo superior, posteriormente continué dibujando la onda, con la otra mitad del circulo inferior. Una rotación alrededor del círculo, completa un ciclo de subida y bajada de la onda, tal como se ve en el dibujo de abajo.

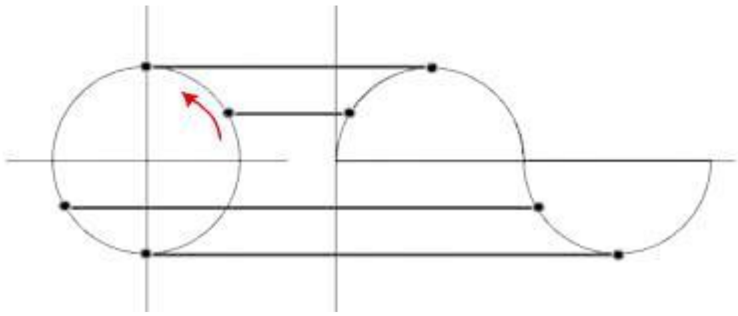


Figura 1: Círculo sobre plano cartesiano

Los matemáticos usan la función seno (Sin) para expresar la forma de una onda. La ecuación matemática que representa la onda más simple es la siguiente:

$$y = Seno\ x$$

Esta ecuación describe cómo una onda podría ser trazada en un gráfico, en el que "y" (el valor de la coordenada vertical en el gráfico) es una función del seno del número "x" (la coordenada horizontal).

Fundamentos para las Actividades

La función Seno es una de las proporciones trigonométricas calculadas, en un principio, por el astrónomo Hipparchus de Nicea, en el siglo dos A.C., cuando trataba de entender el movimiento de las estrellas y de la luna en el cielo nocturno. Hace más de 2000 años, cuando Hipparchus empezó a estudiar astronomía, el movimiento de los objetos en el cielo era un misterio. Hipparchus sabía que las estrellas y la luna tendían a atravesar el cielo nocturno de una manera semi-circular. Por consiguiente, pensaba que entender la forma de un círculo era importante para entender la astronomía. Hipparchus empezó a observar que había una relación entre el radio de un círculo, el ángulo central de un triángulo de ese círculo y la longitud del arco de ese triángulo. Si se sabían dos de cualquiera de estos valores, se podía calcular el tercer valor. Con el tiempo, se supo que esta relación también era aplicable a los triángulos rectangulares. Conociendo la medida de un ángulo de un triángulo rectangular, se puede calcular la proporción de los lados del triángulo. El tamaño exacto del triángulo varía, pero la proporción de la longitud de los lados está definida por el tamaño de los ángulos. La relación específica entre la medida del ángulo y los lados del triángulo son lo que se denominan las funciones. Las tres funciones principales son:

$$Seno\ A = \frac{opuesto}{hipotenusa}$$

$$Coseno\ A = \frac{adyacente}{hipotenusa}$$

$$Tangente\ A = \frac{Opuesto}{Adyacente}$$

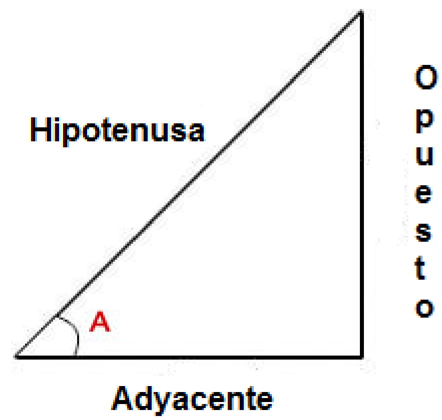


Figura 2: Triángulo rectángulo

La palabra trigonometría significa "medida de triángulos". El seno, el coseno y la tangente son las proporciones trigonométricas, que tienen su origen en el antiguo estudio de los triángulos.

Las proporciones trigonométricas se convierten en funciones de ondas

¿Cómo están relacionados los triángulos a las ondas? Al principio del siglo XVII, dos franceses, René Descartes y Pierre Fermat desarrollaron lo que se conocería como el plano coordenado cartesiano, comúnmente conocido como el plano gráfico (x, y). Este invento fue un avance extraordinario en la historia de las matemáticas ya que se vio, por primera vez, la integración de dos ramas importantes, pero distintas, de las matemáticas: la geometría, como la ciencia del espacio y de la forma y el álgebra, como la ciencia de los números. En poco tiempo, con el invento del sistema coordenado cartesiano se pudo graficar muchas de las relaciones matemáticas, incluidas las proporciones seno y coseno.

Como se sabe, las funciones trigonométricas también pueden ser definidas en relación con el "círculo unidad", o sea, un círculo con radio igual a 1. Se puede ver cómo funciona esta premisa, cuando se coloca el círculo “unidad” en el plano cartesiano y se dibuja un triángulo dentro del círculo, como se puede ver en el diagrama que se observa a continuación. De acuerdo a nuestra discusión previa, el seno del ángulo A en el diagrama equivale a la proporción del lado opuesto sobre la hipotenusa. Sin embargo, recuerde que estamos trabajando con un círculo unidad y que la longitud de la hipotenusa es igual al radio del círculo.

Por consiguiente, $Seno\,A = \frac{opuesto}{1} = opuesto$. De esta manera, el Seno de A da la longitud del lado opuesto del triángulo, es decir, la coordenada $-y$ de nuestro plano cartesiano. De igual manera, el coseno del ángulo A equivale al radio de los lados adyacentes sobre la hipotenusa. Puesto que la longitud de la hipotenusa equivale a 1, el coseno de A da la longitud del lado adyacente, es decir, la coordenada $-x$ del plano cartesiano.

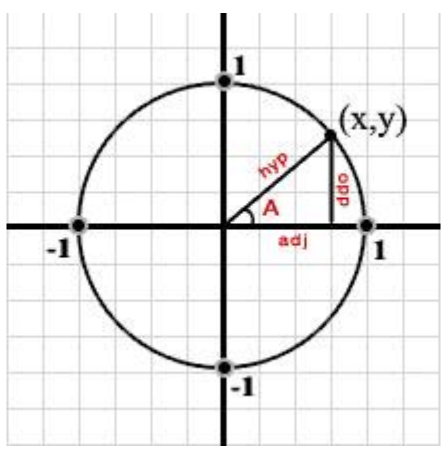


Figura 3: En este dibujo se muestra el círculo unidad en el plano cartesiano con un triángulo al interior. El punto en círculo en contacto con el radio tiene las coordenadas (x, y).

Si dibujamos este triángulo a medida que nos movemos, en dirección contraria al reloj, en el círculo, empezamos a ver que las funciones trigonométricas, en este caso seno y coseno, tienen una cualidad periódica. Esto quiere decir que seno, por ejemplo, aumenta al máximo en la parte superior del círculo, disminuye a cero cuando se va a la izquierda y adquiere valores negativos cuando se continúa alrededor del círculo. En la parte inferior del círculo la función seno alcanza un valor mínimo y el proceso empieza de nuevo cuando llegamos a la derecha del círculo. Para apreciar mejor esta idea, revise la animación en este enlace Seno, coseno, y el círculo unidad.

Seno, Coseno, y la Unidad Círculo. Esta animación ilustra cómo los valores seno y coseno cambian a medida que recorremos la unidad círculo.

Como se pudo observar en la animación anterior, a medida que el ángulo A aumenta, los valores de las funciones trigonométricas de A experimentan un ciclo periódico de 0, a un máximo de 1, a un mínimo de -1, y de nuevo a 0. Hay varias maneras de expresar la medida del ángulo A. Una manera es en grados, donde 360 grados definen un círculo completo. Otra manera de medir ángulos es con la unidad llamada radián, en la que 2π radianes definen un círculo completo. Los ángulos más pequeños que 360 grados pueden ser definidos como fracciones de esta unidad, por ejemplo: 90° pueden ser escritos como $\frac{\pi}{2}$, o 1.57 radianes, en tanto que 180° equivale a π, o 3.14 radianes.

Si trazamos el seno del ángulo medido en radianes en el sistema de coordenadas cartesiano, de nuevo obtenemos la característica subida y bajada. Sin embargo, ya que la medida del ángulo está trazada a lo largo del eje x (en vez del coseno del ángulo), la gráfica que se obtiene es una curva continua en el plano coordenado que se parece a una onda física, tal como se puede apreciar en la gráfica inferior.

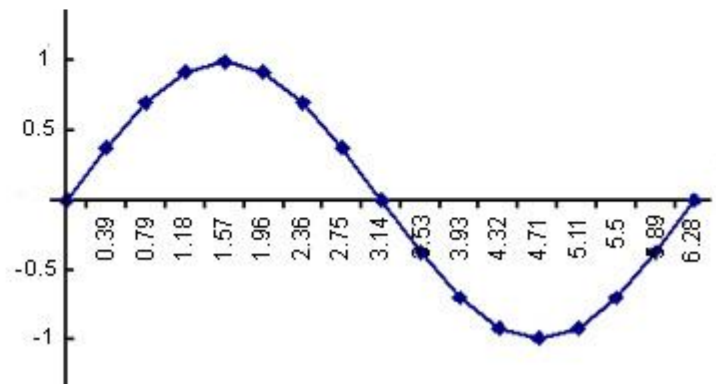


Figura 4: Gráfico Seno.

Si mira detenidamente a este gráfico, verá que la onda cruza el eje x en los múltiplos 3.1416… - el valor de pi. Una onda entera está completa en el valor 6.2832…, o 2π, exactamente la circunferencia del círculo unidad.

Al entender el origen de la función seno, se hace más fácil entender cómo opera en relación a las ondas. Como vimos con anterioridad, la fórmula básica que representa la función seno es:

$$y = Seno\, x$$

En esta fórmula, y es el valor en el eje, que se obtiene cuando se realiza la función $Seno\, x$ en los puntos del eje x. Esto produce el gráfico de la onda básica seno. ¿Pero, cómo podemos representar otras formas de ondas, especialmente aquellas que son más largas o más grandes? Para poder trazar ondas de diferentes tamaños, necesitamos añadir otros términos a nuestra fórmula. Lo primero que veremos es la amplitud.

$$y = A\, Seno\, (x)$$

En esta modificación de la fórmula, “A” nos da el valor de la amplitud de la onda - la distancia que mueve arriba o debajo del eje x, o la altura de la onda. Esencialmente, lo que realiza el modificador “A”, es un aumento (o amplificación) del resultado de la función $Seno\, x$, lo que produce valores y mayores.

Para modificar la "longitud de onda" de una onda, o la distancia de un punto de una onda a un punto igual en la siguiente onda, se usa el modificador "k", como se puede ver en la fórmula siguiente.

$y = A\ Seno\ (k\ .x)$

El multiplicador "k" extiende la longitud de la onda. Recuerde nuestra discusión anterior que la longitud de onda, de la onda más simple es 2π, por consiguiente la longitud de onda en la fórmula final está determinada simplemente dividiendo 2π por el multiplicador "k", por lo que la longitud de onda $(\lambda)\ =\ \frac{2\pi}{k}$.

Puesto que las ondas siempre están en movimiento, otro término importante para describir una onda es el tiempo que se necesita para que una "longitud de onda" pase un punto específico en el espacio. Este término, referido como el periodo, T, es equivalente a la longitud de onda, $T\ =\ Periodo\ =\ \frac{2\pi}{k}$. Sin embargo, está dado en unidades de tiempo (sec) en vez que de distancia. Entender las matemáticas de las funciones de las ondas, nos permite entender mejor el mundo natural que nos rodea. Por ejemplo, las diferencias entre los colores que usted ve en esta página, tienen que ver con las diferentes longitudes de ondas percibidas por nuestros ojos. De igual manera, la diferencia entre el trinar de un pájaro y el estruendo de una locomotora se debe al tamaño de las ondas de sonido que se emiten. Las ondas, y por consiguiente las ondas matemáticas, nos rodean constantemente.

Los principales elementos que integran la noción de función en general son, la variación, la dependencia, la correspondencia, el dominio, la imagen, la existencia, la unicidad, la simbolización y expresión de la dependencia y las distintas formas de representación (descripción verbal, diagramas de flechas, tablas, gráficas, dibujos, fórmulas). Cada representación hace su aporte a la construcción del significado de la función. Por este motivo es necesario trabajar todas las representaciones y el pasaje de una representación a la otra.

Si nos centramos en el "**estudio de las funciones trigonométricas"** el tratamiento no cambia, sin embargo interpretar el comportamiento trigonométrico no encierra el mismo grado de dificultad que interpretar un comportamiento lineal.

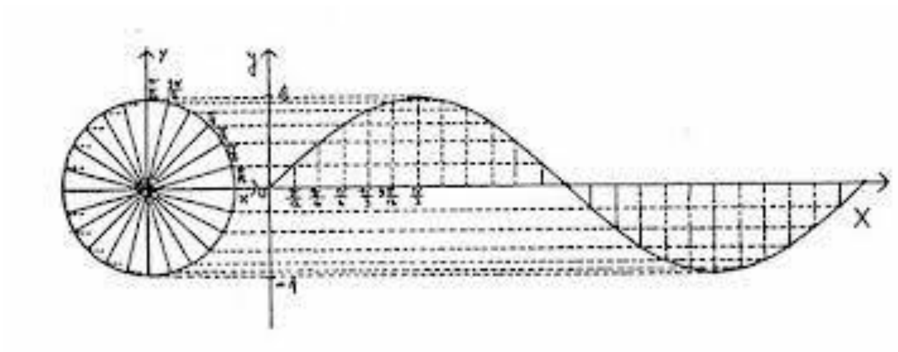


Fig. 5 Comportamiento de la función Seno.

Ahora bien, de las representaciones mencionadas, las más abstractas son, indudablemente, gráficas y expresiones algebraicas. Entonces, ¿es recomendable empezar el tratamiento de las funciones trigonométricas a partir de actividades de construcción?

Si pensamos en dos tipos de actividades:

- De interpretación
- De construcción

Las primeras involucran interpretación de descripciones verbales, de diagramas de flechas, de tablas, de gráficas, de dibujos y de fórmulas y las segundas, involucran realización de descripciones verbales, realización de diagramas de flechas, de tablas, etc.

Las actividades de interpretación no siempre implican construcción pero, las actividades de construcción exigen interpretación porque construir implica elegir el sistema de coordenadas y la escala, identificar la unidad y ubicar los puntos.

Si analizamos la actividad es una buena propuesta para introducirnos en el estudio del círculo trigonométrico y de la función Seno. Si bien se trabaja con alturas y tiempos es un buen contexto inicial para luego pasar a la circunferencia de radio “uno” y a las funciones Seno y Coseno.

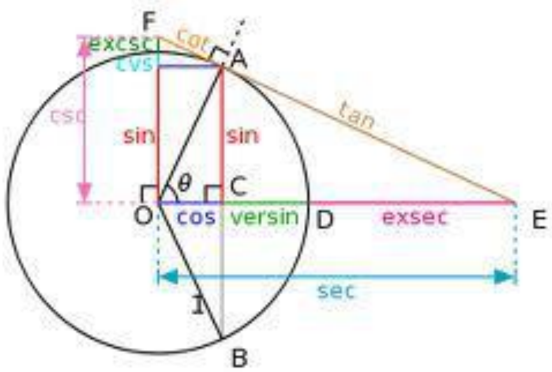


Fig. 6 Círculo unitario con funciones directas e inversas

¿Cómo podemos trabajar actividades de interpretación de objetos tan abstractos como las funciones trigonométricas en los ejes cartesianos y en el círculo de radio 1, llamado círculo unitario?

Propuesta Didáctica

Sin tener una noción de lo que es una función Seno, como concepto matemático el alumno podrá llegar a la construcción de la gráfica y las características relevantes de la misma. Se dará a conocer a la actividad como un juego en donde ellos deberán llevar a la canastilla de la rueda de la fortuna de color distinto hasta girar una o varias veces.

ACTIVIDAD

En una hoja tamaño carta imprimir la siguiente (figura 7),

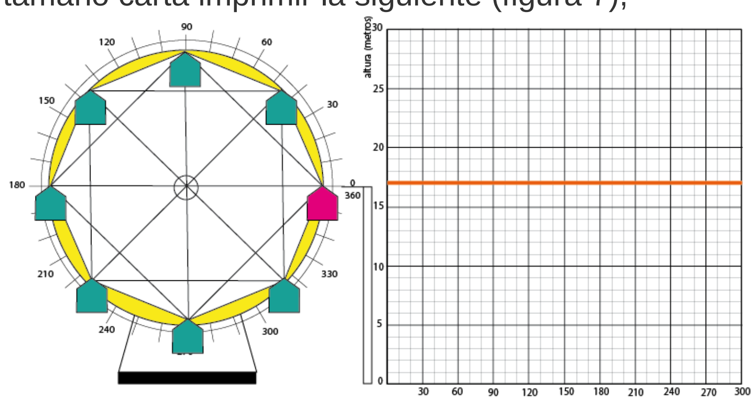


Figura 7.

Coloca encima de la impresión sobre la rueda de la fortuna dibujada otra rueda movible, puedes colocarla sujetándola con una chincheta, para que pueda girar. La tabla del lado derecho está dada en relación a la altura y al tiempo. El tiempo lo consideremos en segundos.

Instrucciones del juego

1.- Empecemos a girar la manecilla haciendo paradas en cada 10°

2. - Trazamos una línea horizontal desde la punta de la manecilla hasta la primera línea de tiempo que aparece (10 segundos) y colocamos un punto. (Figura 8)

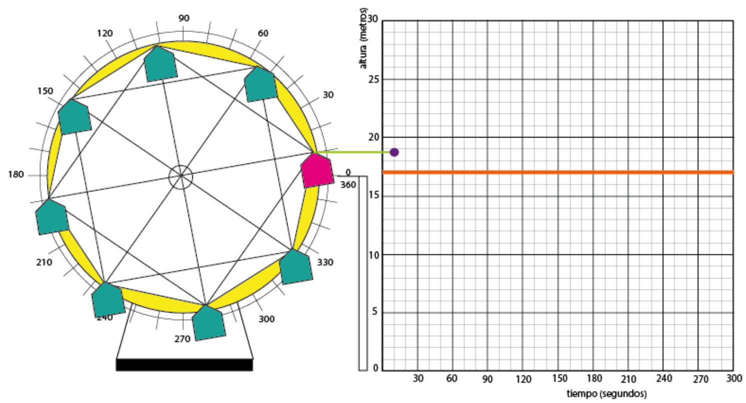
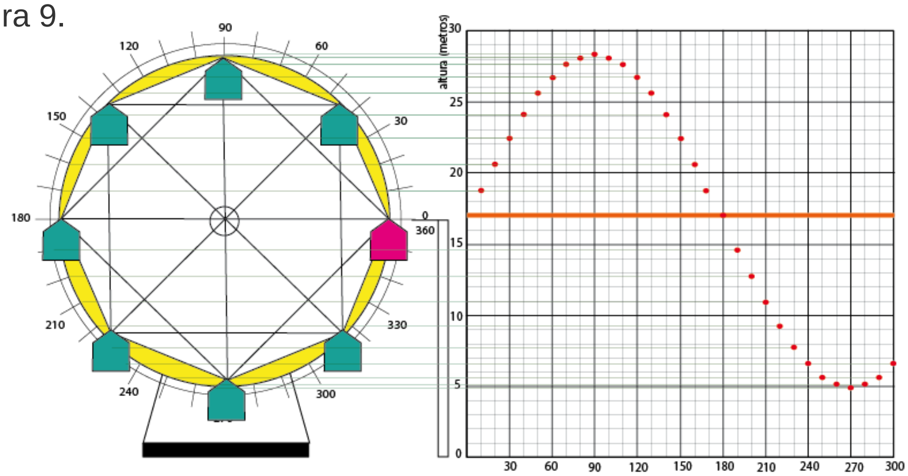


Figura 8

3.– Seguimos avanzando con la manecilla de 10° en 10° trazando cada una de las líneas horizontales que deberán llegar hasta las líneas verticales de tiempo seguidas; colocando sus respectivos puntos.

4. – Al término de la primera vuelta ellos deberán unir los puntos con un lápiz de color distinto al de las líneas horizontales hechas para dar un realce a la gráfica Figura 9.



Al término de la actividad obtendrán una gráfica la cual pertenece a la gráfica de la función Seno, sin necesidad de hacer una tabulación de $f(x) = Sen(x)$, sin saber que es una función trigonométrica, sin tener noción llegan a construir la gráfica.

La actividad anterior está basada en la descripción geométrica de la función Seno.

Descripción Geométrica de la Función seno en la Didáctica

Del círculo en donde el valor del radio es 1, $Seno\ \theta = a$, Figura10, por lo tanto, cuando la rueda gira lo que vamos dibujando son las distintas alturas que puede tener la canastilla a lo largo del recorrido.

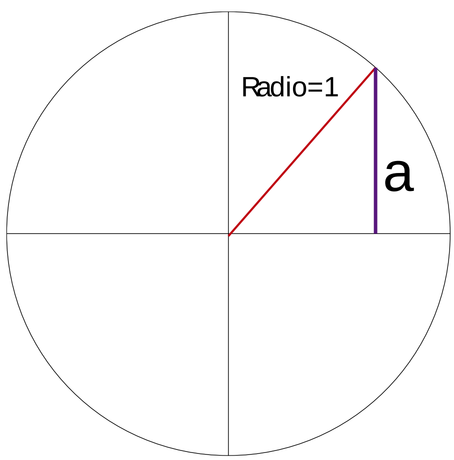


Figura 10

Análisis de Resultados

El proceso de estructuración de la propuesta didáctica para la enseñanza de la función Seno, favoreció la comprensión de este tema a través de la visualización, construcción, explicación y formalización de los aspectos gráfico y analítico de dicha función (Seno).

La revisión de los aspectos históricos que contribuyeron a la conceptualización que hoy se conoce como función Seno, permite observar la riqueza de los procesos de construcción de este conocimiento matemático que surge en el intento de dar solución a problemas irresolubles como movimiento de estrellas y luna (astronomía).

Mediante el uso del proceso de modelación o matematización se da la reinvención guiada del conocimiento matemático, lo que permite que el estudiante cambie la visión de una matemática prefabricada por otra donde es posible “hacerla”, por tanto puede constituirse en una herramienta motivadora en el aula de clase, al igual que potencia el desarrollo de las competencias en los estudiantes promoviendo un cambio de actitud hacia el aprendizaje de la matemática.

Llevar al aula situaciones problema tomadas de la realidad, implica a los docentes explorar ideas, la utilización de recursos, búsqueda de soluciones para integrar lo práctico y lo formal y sobre todo tener la disposición y actitud necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y determinar lo pertinente para hacerlo, de tal manera que transforme la situación real en una situación de aprendizaje colaborativo, a medida que se apropia de recursos teóricos y prácticos.

Generar una actividad didáctica no es un proceso mecánico que se requiere de un conocimiento adecuado tanto en conocimiento situado, lo pedagógico y disciplinar.

Referencias

Buendia, G. (2011). *Reflexión e Investigación en Matemática Educativa*. México: Lectorum.

Cantoral, R. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México : Trillas.

Leo, G. (2006). Las Matemáticas en el Movimiento de las Ondas: Funciones Trigonométricas. *Visionlearning*, 17-26.

Maldonado, E. (2005). *Un análisis didáctico de la función*. Mexico, D.F.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de las Función Trigonométrica*. México, D.F.

Montiel, G. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico*. México: SEP.

Patricio, H. (2005). Las Prácticas de Hacer Semenjanzas en los Triángulos y la Emergencia de las Razones Trigonométricas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18, 619-624.

Justificación En La Solución De Ecuaciones Lineales En Alumnos De Primero De Secundaria

Horacio Sostenes, Apolo Castañeda
Escuela Secundaria Técnica 209 “IGNACIO ALLENDE”, CICATA-Legaria
Huehuetoca, México

Resumen

Se presenta avance de una investigación que se realizó con alumnos de primer grado de secundaria, en el que se analizan las justificaciones que ofrecen los estudiantes cuando resuelven ecuaciones de la forma $ax = b$. Se pone especial atención en caracterizar el tránsito entre las ecuaciones de la forma $x + a = b$ a las de la forma $ax = b$, a las estrategias que construyen los estudiantes y a los procedimientos que siguen.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, Error, Algebra, Ecuación, Modelo

El pensamiento de los estudiantes en la introducción al lenguaje algebraico aún representa un camino bastante ambiguo. Hay actividades que guían el aprendizaje, y que cada docente ajusta a las necesidades tanto de él mismo como de los alumnos. En éste sentido, pocas veces se observa y analiza de forma aislada la propia naturaleza del pensamiento que el alumno va desarrollando al enfrentarse a problemas matemáticos.

Es de interés poder analizar la manera en que los alumnos estructuran su saber y lo llevan más allá, en este caso el tránsito de la solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$ a las de la forma $ax = b$. En éste pasaje, los alumnos inician con un acercamiento al lenguaje algebraico, que más que ser enseñado, va desarrollándose paulatinamente por ellos mismos. Ellos mismos validan sus ideas probando la utilidad o inutilidad de los procesos empleados, logrando iniciar el desarrollo de las habilidades propias del álgebra.

Propósito de la investigación

A través de las entrevistas y recopilación de la información con alumnos de primer año de secundaria, se analiza su proceso cognitivo en la solución de ecuaciones de primer grado. De forma específica el tránsito que se va generando en la solución de ecuaciones de la forma $x + a = b$ (1) a las ecuaciones $ax = b$ (2), donde en ésta última es sujeto de análisis la manera y momento en que es hallado el valor de la incógnita y, la interpretación que los estudiantes dan a la solución encontrada.

Para ello se han estructurado tres momentos de análisis: El primero, donde los alumnos presentan un acercamiento a la solución de ecuaciones de la forma **uno**. Aquí se pretende que los alumnos formulen un proceso operatorio para determinar el valor desconocido, experimenten y puedan relacionar el número encontrado con el valor de la incógnita. Se espera que los alumnos puedan solucionar la ecuación operando con un proceso similar a $x = b - a$.

El segundo momento, sirviendo como re-afirmamiento de que el proceso que utilizaron sirve para solucionar ecuaciones de la forma **uno**, permitiendo llegar a una generalización temprana.

El tercer momento, donde los alumnos enfrentan la inutilidad de su proceso anteriormente implementado, teniendo que buscar una nueva estrategia operatoria para poder determinar el valor de la incógnita, es analizado. Si anteriormente el proceso involucraba una sustracción, ahora requerirá la comprensión de que ax es un producto, por lo tanto, para determinar el valor de la incógnita x se requiere recurrir a un cociente de b por a. De ésta manera, el sentido de producción que los alumnos generan para poder justificar la igualdad, implementando un cociente y la forma en que lo hacen, es el propósito del análisis de éste momento.

Análisis teórico

El estudio del pensamiento algebraico está teniendo constantes investigaciones y propuestas de implementación en la educación básica. El reto de la investigación en pensamiento algebraico es aún "diseñar estudios que incrementen nuestro conocimiento de cómo pueden los estudiantes llegar a comprender la estructura del álgebra elemental y los métodos algebraicos" (Socas, 1999).

Es así que ésta investigación parte de los propósitos antes planteados, rescatando además un breve análisis de los errores que presentaron los alumnos en la secuencia. Para ello, cualificando que aprender álgebra en palabras de Radford (2000, citado en Rojano, Filloy y Puig, 2014) es la apropiación de una nueva y matemática específica, forma de actuar y de pensar que es dialécticamente entrelazada con un nuevo uso y producción de signos cuyos significados son adquiridos por los estudiantes como resultado de su inmersión social en actividades matemáticas.

Álgebra no se puede considerar únicamente como una simple generalización de la Aritmética; aprender Álgebra no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en Aritmética; el Álgebra supone un cambio en el pensamiento del estudiante y la dificultad para muchos principiantes de la transición desde lo que puede considerarse modo informal de representación y resolución de problemas, al modo formal. (Socas, 2011)

Éste pensamiento hace que disminuya la dependencia aritmética según aumenta el nivel académico. Aproximadamente desde los 11 o 12 años el niño es capaz de realizar razonamientos abstractos y sistemáticos y aritméticamente ha alcanzado cierto nivel de reversibilidad operatoria. Es el momento de las formalizaciones y, como consecuencia de ello, del aprendizaje del álgebra. "La formación algebraica consiste en la adquisición: del sentido de la reversibilidad de operaciones; del dinamismo operatorio que resulta de las equivalencias y de las combinaciones cíclicas que se pueden obtener añadiendo un nuevo par de operaciones inversas en un ciclo dado; y del interés por la determinación a priori de las propiedades que puede tener un conjunto de operaciones" (Gattegno, 1968, citado en Esquinas, 2009).

El pensamiento algebraico hace que paulatinamente se empiece a realizar una notación en lenguaje algebraico, ésta presenta ventajas como la posibilidad de expresar generalizaciones de situaciones, lo que permite hacer inferencias y transferencias de las mismas situaciones a otras formas más complejas del conocimiento. Al observar una regularidad o un patrón de comportamiento, aparece la necesidad de expresarlo, de comunicarlo y es el lenguaje algebraico, por ser más sucinto, el indicado (Torres, Valoyes y Malagón, 2002).

Antecedentes de la investigación

Previo a la selección para el análisis de los casos relatados a continuación, se hicieron pruebas de recopilación de información con varios estudiantes de la misma comunidad estudiantil.

El primer acercamiento constó en definir la actividad de indagación de contenidos algebraicos a realizarse con alumnos de segundo grado, ésta fue el análisis de las soluciones de las ecuaciones del tipo $a + x = b,\ \ ax = c\ \ y\ \ ax + b = c$, poniendo énfasis en el análisis de la solución del segundo y tercer caso. Las respuestas fueron grabadas en audio, teniendo además prueba escrita de los ejercicios que los alumnos realizaron.

Al analizar se detectó que los alumnos hicieron una reconstrucción del conocimiento al ya haberlo visto antes, con lo cual fue necesario redirigir el trabajo a alumnos de primer grado, quienes por el momento de la investigación aún no habían analizado los procesos algebraicos.

Como segundo acercamiento se realizaron las entrevistas a los alumnos de primer grado, a quienes se les pidió resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma antes mencionada. Durante las entrevistas, se presentó la situación de que al dictar la ecuación a los alumnos, al no tener práctica en la utilización del lenguaje algebraico, presentaron confusiones en la escritura. Ejemplo: al dictar “dos equis igual a diez”, escribían en su lenguaje “xx =10”, ocasionando que el trabajo se desviara de sus fines. En palabras de Rodríguez (2012) “la mayoría de los errores identificados al traducir de la expresión verbal a la simbólica son derivados de las características propias del lenguaje algebraico. Además éstas habilidades no están disponibles en todos los sujetos, dependen de un trabajo didáctico adecuado y del nivel de escolarización alcanzado (Elichiribehety y Otero, 2004).

Se concluyó que el objetivo de análisis no es si los alumnos saben escribir algebraicamente, más bien, el tránsito y momento al resolver ecuaciones de la forma $x + b = c$ y de la forma $ax = b$ analizando detalladamente el proceso y pensamiento al resolver ésta última.

Como tercer acercamiento, se repitió el diálogo con alumnos distintos a aquellos con quien ya se había rescatado información anteriormente. El análisis constó de doce casos de los cuales por la claridad en las respuestas fueron elegidos cuatro para ser analizados mas a fondo. De cada diálogo se rescató la transcripción del audio grabado y la hoja donde los estudiantes realizaban sus procesos operatorios.

Análisis de las entrevistas y argumentos de los alumnos al resolver las ecuaciones

Como punto de partida se tienen los diálogos con alumnos de primer grado, quienes en el momento no presentaban conocimientos sobre la solución de ecuaciones de primer grado, entendiendo éstas como una igualdad entre dos expresiones, que contienen una o más variables con exponente uno.

Los alumnos inician la noción de que las letras representan un valor desconocido, que es el que deben determinar. En éste sentido las letras aparecen, en general, ligadas con expresiones sintácticas que adquieren sentido en estructuras definidas a partir de relaciones como *"igual que”, "menor que”,* y de acuerdo con las interpretaciones que los estudiantes tengan tanto de estas relaciones, como de los símbolos que las representan. Por ejemplo, para las interpretaciones de las letras, y en general de las *expresiones algebraicas*, el estudiante trae como sistema de referencia el aritmético, así que, desde éste, la mayor posibilidad de contextualizar conceptualmente el uso de la letra, es verla como una generalización de número (Pretexto, 1997, citado en Rojas, 2010).

Esquinas (2009) expresa que una letra puede funcionar como parámetro (como representación de un valor constante en general que, a veces, puede ser fijado aleatoriamente y otras vendrá determinado por ciertas condiciones según el caso concreto); como variable (en el cuál lo que nos interesa no es tanto el conjunto de valores que representa, sino la relación de dependencia que experimenta con otras variables de la misma expresión); o como incógnitas (representando uno o varios valores desconocidos que vienen determinados por la imposición de ciertas condiciones). En éste estudio el enfoque de las letras es el de incógnita.

El análisis que enseguida será presentado rescata fragmentos de dos diálogos realizados. Cada entrevista será diferenciada por las anotaciones **J**, correspondiente a la plática con Jennifer, **C** para la plática con Cesar. La parte correspondiente a los diálogos del entrevistador será distinguida de ahora en adelante con la letra **E**.

Diálogo con J:

E: Para empezar ¿Sabe qué es una ecuación?

J: No

E: No. Entonces: Ésta es una ecuación x+9=12. Usted tiene que encontrar el valor de la incógnita equis que representa un valor. ¿Cómo puede encontrar ese valor?

J: Restando doce menos nueve.

E: Haber colóquelo.

J: Escribe: 12-9. Ya. Cuatro.

E: ¿Cuatro es el valor de qué?

J: De equis.

J tuvo rápidamente la idea de encontrar el valor de la incógnita realizando una diferencia, pero pudimos darnos cuenta que aunque su proceso no demoró, su resultado presentó un error, y al no cuestionar sobre si las operaciones así como su resultado fueron realizados adecuadamente, ella supuso que el número era correcto. Como señala Matz (1980, citado en Ruano, Socas y Palarea, 2008) los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación.

Para resolver la segunda ecuación su proceso nuevamente fue de forma inmediata. Al hacer sus operaciones de forma rápida presentó un resultado erróneo, que al ser detectado inmediatamente por ella misma, fue corregido.

Ahora en el tercer momento, es donde ella tiene que analizar si el proceso que ha usado al resolver la ecuación uno y dos, le servirá para resolver la ecuación tres ($2x=10$), o deberá buscar una nueva estrategia. Tal como señala Mason (1999, citado en Torres, Valoyes y Malagón, 2002) dentro del proceso de desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes, es fundamental presentarles situaciones donde se requiera establecer relaciones, identificar características comunes a los casos específicos y llegar a una lectura y escritura de lo general.

También debe darse cuenta que la estructura que tiene la ecuación tres es diferente, por lo tanto supone un cambio sustancial que hará la diferencia al momento de resolverla.

El proceso cognitivo que realizó J fue muy rápido, y puede apreciarse que inmediatamente sin necesidad de hacer tantas preguntas se percata que $2x$ es un producto y no una suma como en los casos de la ecuación uno y la dos. Al determinar el valor de la incógnita no recurrió a un cociente, más bien lo hizo con una prueba, lo cual le sirvió en el caso sencillo. En este sentido, cabe destacar el argumento de J que justifica el valor de la incógnita “Es cinco, porque dos por cinco da diez”.

Al colocar una ecuación más (*4x=15*), donde ahora su proceso requiere más precisión, éste no le sirvió pero nos deja ver claramente sus ideas. Consistieron en buscar los múltiplos del coeficiente para determinar el resultado, y la segunda idea fue buscar los divisores del resultado, para determinar dos números que por producto den el resultado. El proceso del aprendizaje y desarrollo del pensamiento algebraico no solo involucra memorizar algoritmos, reproducir lo hecho, o hacer ejercicios. Tal como lo señala Montoro, Ferrero y Ferraris (2003), se deben buscar soluciones, explorar modelos y formular conjeturas.

El argumento de J, y en los casos posteriores nos comparte sus ideas matemáticas, que parten de la interpretación que dan a la ecuación presentada. Esto permite determinar varias interpretaciones que la ecuación puede tener para ellos en sus ideas matemáticas.

- El doble de un número es igual a diez
- Diez es igual a dos por un número
- Dos veces un número es diez
- Dos equis equivale a diez

De estas interpretaciones que son conceptualmente distintas, con la que mayormente se identifica J corresponde a la segunda. Percibe de manera inmediata que dos debe multiplicarse por un número de manera que lleguemos a obtener diez, con lo cual no se llega a analizar que diez puede dividirse por dos para obtener el valor desconocido, mas bien se hacen pruebas. En su idea presenta una justificación válida

Diálogo con C:

Durante el momento uno, C no logra llegar a lo esperado para éste momento, lo que hace es de forma inmediata percatarse del valor faltante para llegar a diez, y lo expresa sin necesidad de requerir más operaciones debido a que su valor determinado satisface lo preguntado.

En el momento dos (resolviendo la ecuación $x+9=13$) su proceso no se centra en utilizar lo que ya le sirvió en el caso anterior, sino que busca un nuevo proceso que permite encontrar el valor requerido. Su proceso satisface lo que se esperaba para el momento uno, además es capaz de justificar de tres maneras distintas el resultado 4, que fue el valor obtenido ("Es la cifra del nueve hacia el trece, lo que es para sumar trece, nueve más cuatro son trece"), dejando claramente evidenciado que ha comprendido el sentido de cuál era el valor que hacía falta en la ecuación (Flores, 2005).

Para el momento tres (resolviendo la ecuación $2x=10$), C en sus ideas matemáticas pregunta de forma inmediata "¿Se puede multiplicar también?", con lo cual nos permite apreciar que su concepción de la ecuación representa un producto, y se confirma cuando argumenta "dos por cinco es igual a diez, porque en las multiplicaciones el dos por cinco da diez, y es el resultado de la tercera ecuación, diez". Al resolver la ecuación es capaz de expresar de forma instantánea la solución de la ecuación, pero al profundizar más, el mismo es quien analiza que también puede determinar el valor con un cociente.

En éste caso, profundizando un poco mas para lograr un reafirmamiento de su proceso utilizado, se optó por pedir que resolviera una ecuación donde ahora el valor no es exacto sino fraccionario o decimal. Al C intentar resolver la ecuación y determinar el valor de la incógnita, nos percatamos que aunque se da cuenta que las ecuaciones son parecidas, no es capaz de utilizar el mismo proceso que ya le fue de utilidad en el caso inmediato anterior, sino que intenta justificar su resultado con una suma, regresando al momento uno. Esto indica que su algoritmo le resulta útil, justifica su resultado aunque no es correcto. Tal vez esto comprueba la idea de Socas (2011) quien opina que en el aprendizaje de los alumnos encontramos ciertas incapacidades para operar espontáneamente con variables al igual que las encontramos en la evolución histórica del Álgebra.

Discusión final

El análisis de las respuestas que ofrecen los estudiantes, nos permite caracterizar sus procedimientos y estrategias que construyen para resolver la ecuación planteada. Al identificar las rutas de solución se logra describir el pensamiento matemático del estudiante, y esto le permite al profesor anticipar problemáticas y dificultades, pero también es útil para diseñar actividades y guiarlos en la formalización de procedimientos que ellos mismo construyen y validan. En nuestro caso, observamos que los estudiantes formular procedimientos de solución que están definidos por reglas aritméticas y probados a través de ensayo y error.

La actividad que realizan los estudiantes para resolver ecuaciones del tipo $ax = b$ se fundamenta en procedimiento intuitivos, al considerar que ax representa un producto de dos números donde a es un número conocido, lo que restaría por determinar es el otro factor. Al profundizar en la justificación de este procedimiento se identificó que algunos estudiantes pueden obtener el otro factor recurriendo a un cociente, como pudo apreciarse en el caso de I y C.

A partir de los casos descritos en este artículo, concluimos que algunos estudiantes recurren procedimientos de prueba y error cuando se enfrentan a planteamientos desconocidos, aunque resulta muy evidente que no rompen las reglas aritméticas pues más bien, se enfocan en determinar un procedimiento exitoso para resolver el problema, incorporando un dominio sobre el lenguaje simbólico del álgebra (Torres, Valoyes y Malagón, 2002).

Referencias

Elichiribehety, I. y Otero, M. (2004) La relación entre los marcos de resolución y los modelos mentales en la enseñanza del álgebra. *Educación Matemática*, 16 (1), 29-58.

Esquinas, A. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: Aplicación a la práctica docente.* Tesis doctoral no publicada. Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

Flores R. (2005). El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas. *Educación Matemática*, 17 (2), 7-34.

Montoro, V., Ferrero, M. y Ferraris C. (2003). Rol que le asignan los docentes a los ejercicios y problemas en las clases de aritmética. Un trabajo Exploratorio. *Educación Matemática*, 15 (3), 109-117.

Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M., Molina, M. y Castro, E. (2012). *Errores en la traducción de enunciados algebraicos en la construcción de un dominó algebraico. En Educación Matemática.* Simposio de Educación Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Argentina.

Rojas, P. (2010, octubre). *Iniciación al álgebra escolar: Elementos para el trabajo en el aula. En Matemática Educativa.* Curso dictado en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa, Bogotá, Colombia.

Ruano, R., Socas, M. y Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA 2*(2), 61-74.

Socas, M. (1999). *Perspectivas de investigación en pensamiento algebraico. En Educación Matemática.* Actas del III SEIEM (pp. 261-282), Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Valladolid, España.

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números*. 77, 5–34.

Socas, M., Camacho M., y Hernández J. (1998). Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza secundaria. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 32, 73-86.

Torres, L., Valoyes, E. y Malagón R. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar. *Revista EMA*, 7 (2), 227-246.

Usos Y Prácticas Presentes En La Escuela Secundaria En Torno A La Noción De Ecuación Lineal

Guillermo López González, Iván López Flores, Carolina Carrillo García
logg640718@gmail.com, ivan.lopez.flores@gmail.com, cgcarolin@hotmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas

Resumen

Los estudios revisados sobre *ecuaciones lineales*, desde diferentes enfoques privilegian la construcción del concepto como lo más importante del conocimiento matemático, y no atienden los *usos y las prácticas* de la ecuación lineal en situación escolar que son fundamentales para la construcción del conocimiento.

Esta investigación intenta identificar los *usos y las prácticas* presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal desde un enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

Para lograr el objetivo propuesto se analizará el contenido curricular considerado en la Reforma Integral de Educación Básica 2011, los libros de texto autorizados por la Secretaría de Educación Pública, y la práctica de los profesores de matemáticas a través de una entrevista y de sus planeaciones sobre la ecuación lineal.

Palabras Clave: ecuación lineal, socioepistemología, usos y prácticas.

Introducción

La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) implementada en 2011 y los Programas de Estudio que de ella se derivan, se centran en el desarrollo de competencias con el fin de que cada estudiante pueda desenvolverse en una sociedad que le demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e interdependiente (SEP, 2011).

Uno de los propósitos del estudio de las matemáticas para el nivel secundaria es que los alumnos modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones (SEP, 2011).

Sin embargo, los alumnos de secundaria presentan grandes dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico (Hernández y Filloy, 2014), estas dificultades se observan en el salón de clase cuando se abordan conceptos matemáticos considerados en el Programa 2011 vigente, donde se plantea un modelo educativo y un enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje con base en el desarrollo de competencias.

En el nivel secundaria se aborda el tema de Patrones y Ecuaciones, en particular el concepto de ecuación lineal, el cual se considera como un conocimiento que articula este saber con otros tópicos matemáticos donde adquieren significados distintos en los diferentes niveles educativos de la educación básica, media y superior, como la estadística, álgebra lineal, el cálculo y la geometría.

La educación institucionalizada en este nivel básico está orientada hacia un modelo de conocimiento donde la atención está puesta en los conceptos y deja de lado el sentido sociocultural en la construcción del conocimiento matemático, y mira a la matemática escolar como un producto acabado que siempre ha existido (Cen, 2006).

Esta investigación intenta identificar los *usos y las prácticas* presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal desde un enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, y propone construir un marco de referencia que otorgue evidencia de esos usos y prácticas en tanto a su funcionamiento y forma.

Antecedentes

La enseñanza del álgebra y, sobre todo, las dificultades de los estudiantes cuando intentan aprender los conceptos matemáticos de esta disciplina, han recibido por parte de los investigadores mucha atención. En el caso particular de las ***ecuaciones lineales***, existen estudios que se exponen desde diversos enfoques: atendiendo al proceso cognitivo de los estudiantes, el diseño de propuestas didácticas para facilitar el aprendizaje, y aquellas que reflexionan sobre la importancia del análisis histórico-epistemológico de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia.

La mayoría de las investigaciones que estudian el ***proceso cognitivo*** de los estudiantes, generalmente propician el diseño y rediseño de las actividades didácticas en el aula.

García y Rendón (2011) buscan identificar los diferentes *registros de representación semióticas* implicadas en la comprensión y conceptualización de las ecuaciones lineales por alumnos de segundo grado del nivel secundaria. Analizan cómo los alumnos construyen los significados de álgebra para identificar si hay una estructura semántica en la forma en que logran sus aprendizajes.

Otros estudios utilizan el enfoque de los *procesos cognitivos*, con la finalidad de diseñar *propuestas didácticas* para facilitar el aprendizaje.

Desde el enfoque de la teoría APOE de Ed Dubinsky, Oktac y Trigueros (2010) proporcionan un análisis teórico de las construcciones involucradas en los distintos conceptos de álgebra lineal, como los espacios vectoriales, transformaciones lineales, *base y sistemas de ecuaciones lineales*. Los resultados mostraron que la construcción de un esquema para la variable que incluye la interpretación y la diferenciación entre sus distintos usos, así como la construcción de la noción de solución de una ecuación como objeto, son prerrequisitos indispensables para hacer las construcciones necesarias en la construcción de un esquema para los sistemas de ecuaciones.

En el *Modelo Teórico Local* se incorpora al estudio de la adquisición del lenguaje algebraico el elemento semiótico de los *Sistemas Matemáticos de Signos (SMS)*, lo cual permite el análisis de las interrelaciones del lenguaje algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética (Filloy, Puig y Rojano, 2008).

Hernández y Filloy (2014) se enfocan en la componente de *procesos cognitivos* y en el *uso de la variable como incógnita específica* de problemas aritméticos-algebraicos, para identificar las dificultades que muestran los alumnos en el tratamiento de las ecuaciones lineales en segundo grado de educación secundaria, al expresar algebraicamente una situación problema de las ecuaciones de la forma **a+x = b** y **ax = b**.

Otros enfoques, muestran investigaciones que utilizan los ***recursos tecnológicos*** para el diseño de ***propuestas didácticas*** para facilitar la comprensión y aprendizaje del objeto matemático ecuaciones lineales.

Rojano (2010) analiza resultados de un estudio con alumnos de secundaria en el que se utiliza un *modelo virtual dinámico e interactivo* de la balanza para la enseñanza de la resolución de ecuaciones de primer grado.

García y Vargas (2014), analizan el papel que juega el uso de *manipulables tecnológicos* (balanzas concretas y balanzas simuladas utilizando *GeoGebra*) como recurso didáctico para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria.

Las investigaciones que reflexionan sobre la importancia del ***análisis histórico-epistemológico*** de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia, se centran en la identificación y clasificación de los errores y dificultades que cometen los alumnos al transitar del pensamiento aritmético al razonamiento algebraico, *el origen de estos errores* y cómo el uso de *la historia* puede facilitar el aprendizaje de los alumnos.

Kieran (1992, citado por Socas, 2011, p.7) presenta un documento sobre las investigaciones en álgebra, en el que realiza un análisis histórico-epistemológico del álgebra, una descripción del contenido del álgebra escolar, una reflexión y discusión de las demandas psicológicas hechas sobre el aprendiz de álgebra por el contenido matemático, y una descripción breve del panorama de la perspectiva de enseñanza. Este análisis histórico del desarrollo del simbolismo algebraico y sus reglas de transformación le permite hacer distinción entre: usar letras para representar incógnitas en *resolución de ecuaciones*; usar letras para representar *datos*, expresando *soluciones generales*, y usar letras como herramienta para proveer reglas que expresen las *relaciones* numéricas, que surgen en lenguaje algebraico en momentos históricos diferentes.

Kieran y Filloy (1989) presentan un resumen bastante completo sobre las principales investigaciones relativas a los errores que efectúan los alumnos cuando resuelven ecuaciones y problemas algebraicos y los cambios conceptuales necesarios en la fase de transición entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico.

A partir de los aportaciones de los autores citados, se observa que abordan el tema desde diferentes enfoques: atendiendo al proceso cognitivo de los estudiantes; al diseño de propuestas didácticas para facilitar el aprendizaje ligadas a la dimensión cognitiva, al contenido, al proceso de aprendizaje, y al uso de tecnologías; y aquellas investigaciones que reflexionan sobre la importancia del análisis histórico-epistemológico de las matemáticas para la enseñanza y la didáctica de esta ciencia.

Problemática y planteamiento del problema

Las investigaciones revisadas sobre *ecuaciones lineales*, desde diferentes enfoques privilegian la construcción del concepto como lo más importante del conocimiento matemático, y no atienden los *usos y las prácticas* de la ecuación lineal en situación escolar que son fundamentales para la construcción del conocimiento. Tal vez porque esos estudios proporcionan resultados acerca de generar habilidades cognitivas para la construcción del concepto matemático, o porque propician el diseño de actividades didácticas en el aula como nuevas estrategias de enseñanza, que resuelven y atienden una problemática específica.

Cantoral y Farfán (2003) plantean “una didáctica en escenarios socioculturales”, donde identifican que ciertas problemáticas de la matemática escolar no tienen respuesta si las investigaciones no agregan aspectos sociales, como ejemplo aquellas que se centran en el currículo y reflexionan sobre los elementos que éstos deben contener sin considerar las necesidades sociales que el sistema educativo espera cubrir con la escuela, tal y como lo aborda Sánchez (2012) en su estudio “El Currículo de la Educación Básica en México: …”

La mirada socioepistemológica de la Matemática Educativa, dota a la investigación de una aproximación sistémica y situada, que permite incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión del conocimiento vía la enseñanza (Cantoral, 2013).

Esta teoría asume como tesis esencial que las prácticas sociales han sido y son las que van generando conocimiento matemático que va modificándose para establecerse tal y como lo conocemos en la actualidad; las prácticas sociales son la fuente de la reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar (Cantoral y Farfán, 2003)

Desde este enfoque, Suárez y Cordero (2010) establecieron el concepto de *uso de las gráficas en la modelación* como parte del marco teórico de su investigación y plantean la hipótesis sobre la naturaleza de la construcción social del conocimiento del Cálculo asociado a la variación y el cambio. El resultado de esta investigación es el diseño de una epistemología para la modelación escolar caracterizada a través de un *uso* de las gráficas.

Cordero y Flores (2007) consideran a las prácticas sociales como elementos constituyentes del conocimiento matemático y ofrecen indicadores para desarrollar una matemática funcional en el sistema educativo. El estudio se centró en el *"uso"* que se les da a las gráficas con respecto a sus funcionamientos y sus formas según las situaciones específicas, mediante el análisis en el discurso de los libros de texto del nivel básico (primaria y secundaria), el cual consiste en comprender a la graficación como una práctica social en su proceso institucional y no como una representación del concepto de función.

Esta investigación pretende dar respuesta a la siguiente pregunta: ***¿cuáles son los usos y las prácticas presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal?***

Para dar contestación a esta pregunta se plantea el problema desde un enfoque de los principios de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: la normatividad de la práctica social, la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y la resignificación progresiva.

Objetivo general

Identificar los usos y las prácticas presentes en la escuela secundaria en torno a la noción de ecuación lineal.

Para lograr el objetivo propuesto, se trazan los siguientes ***objetivos particulares***:

1. Revisar el currículo de secundaria para identificar los usos y prácticas de la ecuación lineal.

2. Examinar los libros de texto de secundaria para identificar los usos y prácticas de la ecuación lineal.

3. Analizar la práctica del profesor a través de una entrevista y de sus planeaciones para identificar los usos y prácticas utilizadas de la ecuación lineal.

Marco Teórico

La naturaleza del enfoque que se plantea en este trabajo, son las formulaciones de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), que se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana (Cantoral, 2013).

La TSME asume que no basta con estudiar las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento escolar, desatendiendo las múltiples dimensiones del saber, así como tampoco resulta suficiente con estudiar las restricciones institucionales de tipo pedagógico general descuidando aquellas otras restricciones ligadas específicamente al saber matemático. Esta teoría tiene un aporte fundamental: modela la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas del saber o “conocimiento puesto en uso” (Cantoral, 2013).

La dimensiones del saber

En Cantoral (2013) encontramos una descripción conceptual sobre las dimensiones del saber del modelo de la TSME:

La dimensión didáctica está directamente relacionada con la costumbre didáctica, trata con la matemática escolar como objeto de estudio y sirve fundamentalmente para localizar y explicitar el discurso matemático escolar.

La dimensión epistemológica se ocupa del análisis en profundidad de las circunstancias que hicieran posible la construcción del conocimiento matemático, su razón de ser; pero sobre todo, que lo hicieran público.

La dimensión cognitiva analiza las formas de apropiación y significación progresivas que experimentan quienes se encuentran en situación de construcción de conocimiento. Se ubica al nivel de los procesos mentales que presentan los actores educativos en su acción por conocer, tanto en los procesos de razonamiento relativos a un saber, o en el pensamiento en un sentido más amplio.

La dimensión social y cultural se ocupa de los usos del saber en situaciones específicas. Está mucho más centrada en los roles que juegan los actores y en el papel que tiene el saber en sus tareas principales: la construcción de consensos, los usos y las prácticas, y la elaboración y adaptación de instrumentos mediadores.

Los principios de la Teoría Socioepistemológica

La TSME descansa en cuatro principios fundamentales (Cantoral, 2013): el *principio de la racionalidad contextualizada*, el *principio del relativismo epistemológico*, el principio de la *resignificación progresiva* o de la *apropiación situada* y el *principio normativo de la práctica social*.

Las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (*normatividad de las prácticas sociales*), y el contexto influye sensiblemente en el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (*racionalidad contextualizada*). Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa a un entorno, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un *relativismo epistemológico*. Así, a causa de la propia evolución y de su interacción con los diversos contextos, se resignificarán estos saberes enriqueciéndoles con variantes significativas (*resignificación progresiva*).

Cordero y Flores (2007) discuten la noción de “usos” desde la TSME y lo centran en los significados:

> El “uso” es la función orgánica que se manifiesta por las “tareas” que componen la situación, y la forma del “uso” serán las clases de esas “tareas”. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y

> alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede se genera una nueva función orgánica que debatirá con las formas de los usos. A este acto de “uso” se le llamará resignificación…

Esta investigación se centrará en la dimensión sociocultural que se ocupa de los usos del saber en situaciones específicas; se propone mirar los usos y las prácticas de la ecuación lineal con respecto a sus funciones y sus formas en situaciones específicas en la escuela secundaria, mediante el análisis en el discurso del currículo vigente instituido por la SEP, en los libros de texto y en la planeación del profesor.

Método

Por las características de la investigación que se pretende realizar, según la clasificación de Kothari (2004), será de tipo analítica, aplicada, cualitativa y conceptual.

Se utilizará una combinación de métodos y técnicas de recolección de información y datos, que facilitarán el cumplimiento de los objetivos planteados en la investigación:

A. **Investigación bibliográfica**

Análisis de documentos. Revisión y análisis del Programa de Estudio 2011 vigente, libros de texto autorizados por la SEP, planes de clase de los profesores, revistas especializadas, congresos, simposios y tesis.

B. **Investigación de campo**

Entrevista. La entrevista será *no estructurada o de profundidad*, con preguntas abiertas; *dirigida*, en cuanto que se tendrá una lista de aspectos a ser explorados y permite cierta sistematización de la información; *de investigación*, se pretende conocer la opinión del entrevistado; y será *individual*. Las entrevistas serán audio-grabadas y se realizarán en las escuelas (contexto escolar), dirigida a cinco maestros de secundaria con un experiencia mínima de tres años en la enseñanza de las matemáticas.

Las entrevistas permiten obtener información del profesor acerca de los elementos que utiliza para abordar el tema de ecuaciones lineales, su conceptualización y su funcionalidad, cómo problematiza el concepto y las estrategias que recurre para enseñar.

En esta fase de la investigación se están diseñando los instrumentos que se utilizarán para la obtención de datos, se estima tenerlos en octubre próximo de acuerdo al cronograma.

Conclusiones

Como resultado de los estudios revisados sobre la *ecuación lineal*, centran la atención en la construcción del concepto matemático desde diferentes enfoques, dejando de lado la parte humana en la construcción del conocimiento. Esta investigación busca identificar los usos y prácticas que pueden manifestarse en las actividades generadas por las prácticas institucionales que formulen epistemologías no centradas en los conceptos pero sí en los usos.

El enfoque que se propone complementa a las investigaciones realizadas, provee una mirada distinta a la construcción del conocimiento mediante un análisis sistémico y situado en la escuela secundaria.

Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7* (3), 91-116.

Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato* (Tesis de Maestría inédita). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10* (1), 7-38.

Filloy, E.; Puig, L. y Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias, 25* (3), 327-342.

García, P. y Rendón, J. (2011). Comprensión y conceptualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales. En *XI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Educación y Conocimientos Disciplinares. Ponencia*. Mexico, D.F.: Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C.

García, P. y Vargas, J. (2014). El uso de manipulables para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales y cuadráticas, y de sistemas de ecuaciones lineales en la escuela secundaria. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27(1),* (pp. 879-887). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C.

Hernández, P. y Filloy, E. (2014). Dificultades en las ecuaciones lineales en segundo grado de educación secundaria. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27,* (pp. 889-896). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C.

Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias, 7* (3), 229 - 240.

Kothari, C. (2004). *Research Methodology. Methods & Techniques*. Second Revised Edition. New Delhi: New Age International (P) Ltd., Publishers.

Oktac y Trigueros (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos en algebra lineal? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13* (4-II), 373-385.

Rojano, M. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *NUMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 75* (1), 5-20.

Segura (2004). Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7* (1), 49-78.

SEP (2011). *Programas de estudio. Educación básica. Secundaria. Matemáticas*. México: CONALITEG.

Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *NUMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 77* (1), 5-34.

La Graficación-Modelación Para Relacionar A La Teoría Económica Y La Matemática

Guadalupe Nayeli Pérez Domínguez, Hipólito Hernández Pérez.
Facultad de Ingeniería, Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma de Chiapas

RESUMEN

En esta ponencia se muestra un avance de la investigación “Uso de la modelación-graficación para relacionar a la teoría económica y la Matemática, en estudiantes de economía de la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad Autónoma de Chiapas”, éste trabajo surge a partir de que en la Licenciatura en Economía se tiene como objetivo formar profesionistas capaces de interpretar y analizar los fenómenos socioeconómicos en diversos contextos que le permitan plantear propuestas de intervención. Sin embargo, actualmente en la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad Autónoma de Chiapas (FCS-UNACH) el discurso Matemático Escolar, la epistemología dominante, generado por el programa, currículo y modelo educativo vigente, no considera y poco conoce el uso del conocimiento matemático de los economistas egresados de esta licenciatura, así como también de sus estudiantes. En estas condiciones es difícil que estos estudiantes generen un aprendizaje matemático, no lográndose el objetivo de la licenciatura. Por lo que en esta investigación por medio de la Teoría socioepistemológica y el esquema propuesto por Montiel y Buendía (2012) como metodología, se pretende diseñar y validar una situación didáctica que favorezca la relación de los elementos de la teoría económica con la Matemática en estudiantes de economía de la FCS-UNACH, por medio de una situación de modelación-graficación. En este sentido, se analizará las argumentaciones proporcionadas por los estudiantes en el desarrollo de las actividades propuestas del uso de las gráficas generadas en la práctica social de la comunidad de economistas, con la finalidad de abordar modelos econométricos.

Palabras claves: Socioepistemología, Modelación- graficación, modelos econométricos, diseño didáctico.

INTRODUCCIÓN

En nuestro modelo educativo el centro de la preocupación es lo que se sabe, es decir, qué saben los estudiantes y los docentes del tema matemático en cuestión. Nos preocupamos por entender qué saben, pero no nos preocupamos en saber cómo usan ese conocimiento. Cuidamos mucho los conceptos, la inercia y la atención hacia éstos, nos ha obligado a no cuestionarnos sobre los usos. ¿Sabemos cómo usamos el conocimiento matemático?, ¿sabemos cómo va desarrollando sus usos? ¿Cómo va resignificando en algún momento escolar universitario? Resulta que no existe un indicador que nos informe de esto. No sabemos cómo los niños de la primaria, los jóvenes de la secundaria y bachillerato usan su conocimiento matemático, es más, ni siquiera de los estudiantes universitarios. Lo que siempre nos ha preocupado es lo que saben de conocimiento matemático, pero no así el uso del mismo.

Con todo lo anterior se está cuestionando sustancialmente a los modelos educativos, los cuales le apostaron a atender al conocimiento desde los conceptos. En consonancia se desarrolla un currículo que sólo atiende los conceptos de tal forma que los usos fueron soslayados. No existe un referente específico para hablar de una funcionalidad del conocimiento. Sin el conocimiento funcional no podríamos crecer como humanos, éste nutre y ayuda a percibir una realidad diferente, mejora la sensibilidad y a su vez nos hace mejores humanos. Creo que nadie podría negar este hecho social, sin embargo resulta ser que este hecho verosímil no juega ningún papel cuando queremos hablar de enseñar matemáticas y sus problemas de aprendizaje. Así que tiene sentido que nos hagamos una pregunta: ¿De qué naturaleza es el conocimiento matemático cuándo hablamos de su enseñanza y aprendizaje? (Cordero, 2013).

La Licenciatura en Economía tiene como objetivo formar profesionistas capaces de interpretar y analizar los fenómenos socioeconómicos en diversos contextos que le permitan plantear propuestas de intervención. Sin embargo, actualmente en la Facultad de Ciencias Sociales de la UNACH el discurso Matemático Escolar, la epistemología dominante, generado por el programa, currículo y modelo educativo vigente, no considera y poco conoce el uso del conocimiento matemático de los economistas egresados de esta licenciatura, así como también de sus estudiantes. En estas condiciones es difícil que estos estudiantes generen un aprendizaje matemático, no lográndose el objetivo de la licenciatura.

A partir de las experiencias en el aula, se observa que los estudiantes de economía de la FCS-UNACH presentan dificultades para interpretar modelos econométricos, esto es, debido a que no pueden vincular la matemática con la teoría económica, en particular por no lograr un aprendizaje significativo de las funciones lineales. En la presente investigación se aborda aspectos de la modelación-graficación para analizar las argumentaciones de los estudiantes de la licenciatura en economía en los procesos de construcción y vinculación entre la matemática con la teoría económica.

En el desarrollo del trabajo se plantea la siguiente pregunta: ¿Cómo los estudiantes usan la modelación- graficación para abordar un modelo econométrico? de ésta pregunta construimos nuestro objetivo que es analizar de qué manera los estudiantes de economía de la FCS-UNACH usan la modelación-graficación para abordar un modelo econométrico, para poder realizar nuestro objetivo, tenemos que:

- Analizar las dificultades que presentan los estudiantes de economía de la FCS-UNACH al abordar un modelo econométrico.

- Diseñar una situación didáctica de modelación graficación para abordar un modelo econométrico en estudiantes de economía de la FCS-UNACH.

- Validar la situación de modelación graficación aplicada a los estudiantes.

La importancia de los modelos econométricos

La econometría es una de las ramas más importantes dentro de la economía ya que en ella es donde se fundamenta cuantitativamente toda la teoría económica. Etimológicamente, el término econometría significa medición económica y manifiesta su carácter esencialmente cuantitativo, pero el alcance de esta disciplina es mucho más amplio. A continuación se citan algunas definiciones de diferentes autores.

La econometría puede definirse como el análisis cuantitativo de fenómenos económicos reales, basados en el desarrollo simultáneo de la teoría y la observación, relacionados mediante métodos apropiados de inferencia (P.A. Samuelson, T.C. Koopmans y J.R.N. Stone, citado por Gujarati & Porter, 2010).

La econometría se define como la ciencia social en la cual las herramientas de la teoría económica, las matemáticas y la inferencia estadística se aplican al análisis de los fenómenos económicos (Arthur S. Goldberger, citado por Gujarati & Porter, 2010).
El método de la investigación econométrica busca en esencia una conjunción entre la teoría económica y la medición real, con la teoría y la técnica de la inferencia estadística como puente (T. Haavelmo, citado por Gujarati & Porter, 2010).

En las definiciones anteriores nos podemos dar cuenta que en todas aparece, la Teoría Económica y la Matemática como fundamentos analíticos y los datos como fuente de información, proporciona a la Ciencia Económica una base para modificar, refinar o posiblemente refutar las conclusiones contenidas en el cuerpo de conocimientos, conocido como Teoría Económica; y conseguir signos, magnitudes y proposiciones fiables acerca de los coeficientes de las variables en las relaciones económicas, de modo que esta información pueda servir de base para la toma de decisiones y la elección.

En cuanto al objetivo de la Econometría, podemos destacar su propósito científico, encaminado a la construcción de la Teoría Económica del futuro mediante la incorporación de los métodos cuantitativos en el análisis de los fenómenos económicos. Bajo este planteamiento sintético de teoría y realidad, la modelización econométrica constituye la única vía existente para abordar el estudio riguroso de los fenómenos económicos.

Por lo dicho anteriormente nos podemos dar cuenta que para los economistas y los economistas en formación es importante crear y analizar modelos econométricos, por lo tanto es importante hacer uso de la modelación-graficación en los estudiantes de la FCS-UNACH, para favorecer el análisis de modelos econométricos.

Teoría y metodología

Para esta investigación se hará uso de una teoría de la matemática educativa que es la Socioepistemología, esta teoría busca un nuevo estatus epistemológico para la matemática escolar, uno que se fundamenta en la relación entre prácticas sociales y la generación de dicho conocimiento.

Esto es, lo que se estudia es al ser humano usando y haciendo matemáticas y no solo su producción matemática final. Este es el carácter social de las matemáticas que se busca evidenciar de tal manera que, entre sus objetivos, está proponer epistemologías de prácticas (Buendía y Cordero, 2005 citado por Buendía, 2012) en las que se formula que el ejercicio de ciertas prácticas antecede a la producción de conceptos determinados; esa es la base de significación que buscamos para la matemática escolar. En el seno de una epistemología de prácticas se manifiesta, necesariamente, el uso del conocimiento.

Hablar, entonces, del conocimiento en uso, resulta un contraste con lo que los sistemas educativos persiguen. Como menciona Cordero (2006) citado por Buendía (2012), los sistemas educativos se han preocupado por lo que sabe un estudiante o un docente –por ejemplo, saber interpretar una función o lograr graficarla–, pero no por cómo se usa ese saber, lo cual tiene mucho más relación con una matemática escolar funcional y articulada. El autor propone entender el uso de las gráficas, al seno de la investigación en socioepistemología, a través del análisis de sus funcionamientos y formas, entendidos siempre situacionalmente, entrelazados, y en continuo desarrollo.

Para llevar a cabo esta investigación nos planteamos una metodología que nos permitirá analizar cómo los estudiantes de quinto semestre de la FCS-UNACH usan la modelación- graficación para abordar un modelo econométrico, emplearemos técnicas de recolección de información, como lo son el análisis documental, observación y puesta en escena de actividades propuestas de modelación-graficación. A continuación se enuncian algunos pasos a realizar en la cual se realicen los siguientes puntos:

- Analizar las dificultades que presentan los estudiantes de economía de la FCS-UNACH al abordar un modelo econométrico e Identificar las prácticas de modelación-modelación que usan.

- Diseño de una situación didáctica de modelación-graficación. Este diseño será el resultado del análisis socioepistemológico que realizaremos.

- Validación de la situación didáctica.

En la figura 1 se puede observar el esquema metodológico propuesto por Montiel y Buendía (2012), del cual haremos uso en esta investigación.

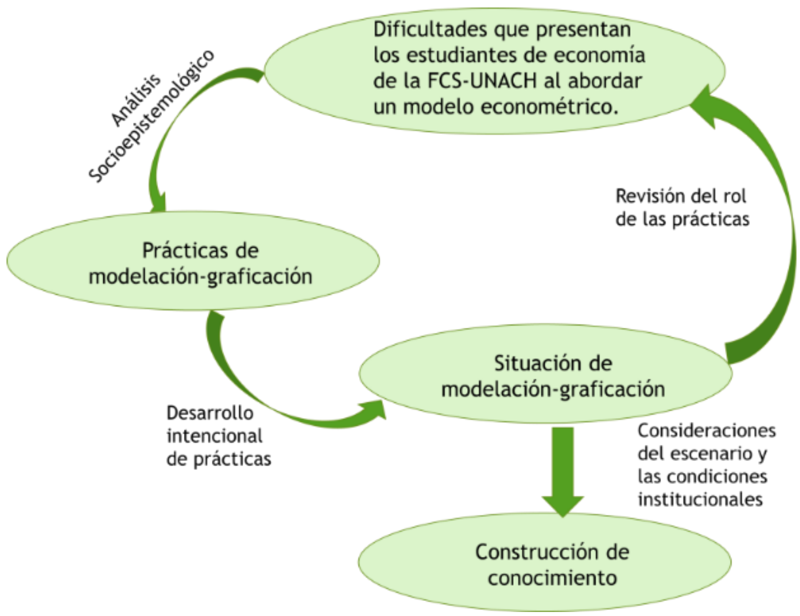


Figura 1.Esquema Metodológico (Montiel & Buendía, 2012)

Conclusiones

En la presente investigación se aborda la teoría metodológica de modelación-graficación para el análisis de las argumentaciones de los estudiantes de la licenciatura en economía en los procesos de construcción y vinculación entre la matemática con la teoría económica, esto con la finalidad de poder lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Nos podemos dar cuenta que para la formación de los futuros economistas es importante hacer un buen uso de la modelación- graficación ya que favorece la creación y análisis de los modelos econométricos, los cuales constituyen la única vía existente para abordar el estudio riguroso de los fenómenos económicos.

Referencias

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática, vol. 24*, 9-35.

Gujarati , D., & Porter, D. (2010). *Econometría .* México : McGraw-Hill.

Montiel, G., & Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: Ejemplos e Ilustraciones. En A. Rosas, & A. Romo, *Metodológia en Matemáticas Educativa: Visiones y Reflexiones* (págs. 61-88). México: Lectorum.

Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico.* Departamento de Matemática Educativa: Tesis de doctorado no publicada.

Aspectos Funcionales De La Función Cuadrática A Partir De La Modelación-Graficación De Fenómenos De Movimiento

Fredy de la Cruz Urbina, Hipólito Hernández Pérez
Universidad Autónoma de Chiapas

Resumen

La Modelación-Graficación de fenómenos de movimiento ha contribuido en la construcción de argumentos y significados respecto a la función cuadrática en su aspecto funcional. Se favorecen las formas de representación (numérico, gráfico y algebraico) del fenómeno en un escenario de modelación del movimiento, a partir de los cuales, los alumnos con el apoyo de la visualización, identifican patrones y comportamientos en tablas y gráficas para establecer relaciones funcionales que caracterizan la situación, esto con el fin de tener referentes para comprender el modelo matemático que describa al fenómeno y permita intervenir en él.

Modelación, graficación, función cuadrática, funcionalidad

Antecedentes

Con base a los planes y programas de estudio de bachillerato (Secretaría de Educación Pública, 2013) y las necesidades propias de la sociedad, sin duda la educación tiene que reformularse, el papel del docente debe también modificarse y actualizarse en su actividad cotidiana, hoy en día la misma escuela debe cuestionarse sobre el papel que tiene que desempeñar ante estos cambios. Creemos entonces que el conocimiento que el alumno adquiere en la escuela debe ser funcional, es decir, que le permita resolver problemas e intervenir en su contexto donde ponga en uso el conocimiento.

En este sentido, el profesor debe buscar escenarios que permitan al alumno no solo construir su conocimiento sino que además lo ponga en uso, la clase debe evolucionar de aquella cuando el profesor llegaba y trasmitía la lección a un escenario donde propicia más bien ciertas condiciones que permitirán que los alumnos construyan y resignifiquen el conocimiento. El alumno por su lado, debe progresar en sus estrategias de un simple repaso memorístico o de hacer toda una serie de ejercicios sin sentidos, a una serie de tareas que involucren sus sentidos y favorezcan el razonamiento, pero que además, usen el conocimiento del cotidiano, aquello que proviene de la experiencia. La clase ahora no debe estar restringida en cuatro paredes, ni tampoco al profesor-alumno, la escuela es tan solo una parte de la sociedad que por ello no debe excluir el saber que se produce en ella sino más bien considerar ese saber que está inmerso en cada actividad humana. Conviene reflexionar no solo lo que ocurre en el aula sino también lo que pasa en el aula extendida, el aula de la vida cotidiana (Cantoral, 2013).

Con base a lo anterior, la presente investigación retoma los principios de la Teoría Socioepistemológica (TS) para resignificar la Función Cuadrática (FC) en situaciones de movimiento (SDM). De acuerdo con Morales y Cordero (2014), la TS tiene como uno de sus fines formular epistemologías que favorezcan la construcción social del conocimiento matemático, se fundamenta en prácticas sociales; y es allí donde según Cordero (2003) el sistema didáctico debe estar centrado: en el desarrollo de prácticas sociales para lograr la resignificación de estructuras y conceptos; las prácticas sociales deben favorecer el establecimiento de relaciones funcionales donde el conocimiento se integre a la vida para transformarla y se resignifique permanentemente en ella.

En la experiencia como docente de telebachillerato en Chiapas, hemos detectado que en el discurso escolar existe una desarticulación de los contextos numérico, gráfico y algebraico; estos no se abordan de manera sistémica al estudiar un fenómeno o problema sino que generalmente en el discurso escolar prevalece la algebrización del fenómeno. Existe una necesidad de encontrar el modelo matemático que representa el fenómeno para intervenir en él, y es aquí donde se presenta el problema para el alumno. Nuestra intervención va en el sentido de desarrollar argumentos y significados para que el alumno pueda intervenir en la situación o fenómeno, proponemos como punto de partida actividades de visualización para el desarrollo razonado de elementos que permitan que el alumno intuya, participe y construya conjeturas, o en otras palabras, que le permita usar el conocimiento que posee y a partir de ello asociarlos con la Modelación Graficación (M- G) para construir aspectos relacionados con la FC y sus formas de representación.

La investigación está centrada en la resignificación de la FC a partir de la M-G en SDM. La M-G retomada de Suárez (2008) constituye para nosotros la práctica social (PS) que nos hace actuar ante la situación y dirige nuestras actividades, en este sentido, es la generadora del conocimiento matemático (CM) y por tanto, constituye nuestro marco de referencia para que el conocimiento se resignifique.

Morales y Cordero (2014) mencionan que el discurso escolar no tiene marcos para que la matemática se resignifique y es allí donde la Socioepistemología ha contribuido en el diseño de epistemologías que favorezcan la construcción social del CM, sustentado en prácticas sociales. Parafraseando a Zaldívar (2014), se dice que la PS antecede a la producción de objetos y a su representación, de manera que el objeto no es preexistente sino que se construye a la par de que el humano está inmerso en una situación problemática.

Aspectos metodológicos

Ya se ha comentado que nuestra propuesta se fundamenta en la Teoría Socioepistemológica, dicho marco teórico está fundamentado en prácticas sociales. Según Montiel y Buendía (2012) este enfoque teórico atiende a fenómenos relacionados con la construcción y transmisión del CM. Las investigadoras refieren un principio fundamental: la problematización del saber matemático. Con esta problematización, se identifican aquellas significaciones que son propias del saber y que lo caracterizan como un saber funcional en situaciones específicas, pero que han sido soslayados en el discurso matemático escolar (dME).

A partir de estos constructos conformamos nuestro marco de referencia (mR): las prácticas sociales, los usos del CM en escenarios específicos y su resignificación. Cuando hablamos de resignificación nos referimos “al proceso continuo de darle significado al saber matemático a través de sus usos” (Montiel y Buendía, 2012, p. 64); el reconocimiento de esos significados que sufre el CM en situaciones específicas es donde se expresa “lo socio” (Zaldívar, 2014).

Por tanto, desde la Socioepistemología el uso del CM articulará dos elementos: la resignificación y la justificación funcional. La resignificación manifiesta el uso del CM a través de su funcionamiento y su forma; y la justificación funcional implica que la resignificación deviene en marcos argumentativos formados por significados, procedimientos y proceso-objetos (Zaldívar, 2014).

Por su parte, Suárez (2008) conforma un marco teórico para la modelación y graficación a lo que ella denomina como Categoría de la Modelación Graficación (M-G) para resignificar el cambio y la variación a través de los fenómenos de movimiento a partir de un nuevo uso de las gráficas. Con los elementos que proporciona el trabajo de Oresme ella plantea un nuevo estatus para la modelación y la graficación, conformando la categoría de M-G, la cual está conformada por:

- Datos epistemológicos de la modelación del movimiento
- Los elementos propios de la modelación
- Las argumentaciones conformadas por significados, procedimientos y procesos

Los elementos epistemológicos de la categoría de M-G, son: Las realizaciones múltiples, Identificación de patrones, Realización de ajustes y Desarrollo del razonamiento. A partir de estas ideas desarrollamos el esquema metodológico (ver figura 1), donde el alumno se involucra en un escenario de Modelación-Graficación partiendo de una situación de movimiento (SDM) y el uso de la tecnología (sensores de movimiento, emulador, proyector, computadora), donde se favorece el tránsito entre las formas de representación del fenómeno a través de los elementos epistemológicos de la M-G; desarrollándose así, argumentos y significados que servirán de herramientas para la construcción de un "nuevo" modelo matemático que representa la situación y que permita intervenir en ella; desde nuestra perspectiva es un "nuevo modelo" porque ha pasado por un proceso de resignificación.

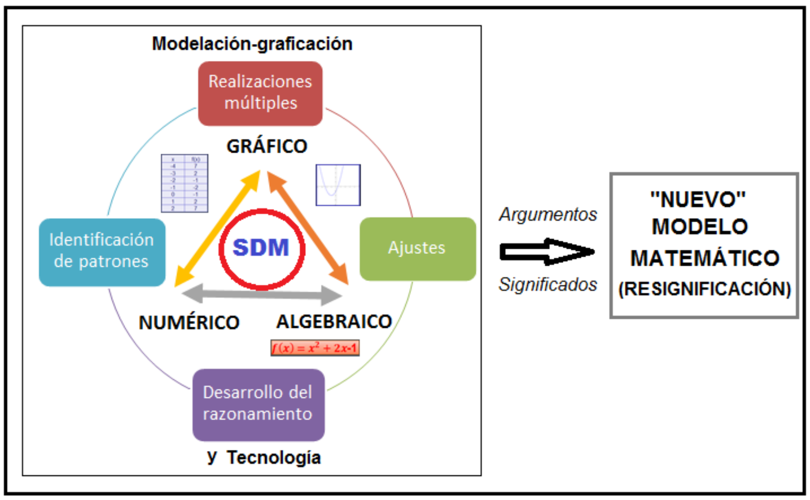


Figura 1: El esquema metodológico

El diseño de la secuencia didáctica está conformada por las siguientes fases:

- **Fase de inducción:** Esta etapa tiene como propósito inducir al alumno en la búsqueda de "patrones o reglas" que están presentes en una situación, donde ponga en uso el análisis numérico. Se pretende que el alumno identifique patrones y variables de una tabla numérica, se provoca que los alumnos establezcan relaciones entre variables y le conduzcan a formular expresiones que representan dicha situación. Se favorece la relación entre las formas de representación: numérico, algebraico y gráfico. Se proponen también ejercicios de visualización para la identificación de patrones y relaciones entre variables presentes en situaciones que implican lo lineal y lo cuadrático.

- **Fase de modelación-graficación I:** Se modela una situación de movimiento haciendo uso de la tecnología (sensores de movimiento, emulador o software, proyector, computadora) para obtener y visualizar datos sobre el fenómeno en términos de la gráfica posición-tiempo. Con ello pretendemos que el alumno visualice comportamientos en términos de variación de parámetros tanto en la gráfica como numéricamente. Se realizan ajustes para construir la gráfica que modela una situación específica y se identifica lo que hace que varíe. Se favorece también la relación entre las tres formas de representación comentadas.

- **Fase de modelación-graficación II (Resignificación):** En esta etapa se construye con el uso de la tecnología diferentes tipos de gráficas (realizaciones múltiples) en torno a la función cuadrática, se espera que el estudiante proponga escenarios considerando la variación de patrones en los fenómenos de movimiento para construir una gráfica deseada (Realización de ajustes). Se espera que el alumno visualice cómo la gráfica cambia al modificar los parámetros y realice ajustes para construir el modelo matemático que representa una situación específica. Se analizarán qué argumentos construyen sobre lo cuadrático y las herramientas que usan para validar sus respuestas (Desarrollo del razonamiento). Finalmente se propone una actividad donde se propicia la interacción entre los tres contextos (gráfico, numérico y algebraico).

Resultados

La propuesta didáctica comentada anteriormente se ha puesto en escena en distintos escenarios (escolar, no escolar y de divulgación), por cuestiones de espacio comentamos en este apartado algunos resultados de un contexto no escolar, el análisis de los resultados se realiza considerando la resignificación a través del uso de CM en la SDM y los elementos de la M-G.

La propuesta se realizó con alumnos de nivel básico y medio en un ambiente no escolar, se tuvo mayor participación con los alumnos de nivel básico. Se observó que el uso de símbolos es provocado por la situación, dado que surge la necesidad de argumentar de donde devienen “formas de representación” pero con intención. Por otro lado los alumnos logran identificar el cambio a través de la variación de patrones, el cual una vez identificado el patrón tratan de establecer la regla, figura 2. La identificación de patrones a partir del análisis numérico y el establecimiento de reglas a partir del patrón son elementos epistemológicos que son provocados por la situación.

Se apreció también que los alumnos usan la tabla de datos para predecir estados futuros, este *uso* es relevante porque la tabla cobra sentido para ellos, sirve como una herramienta para intervenir en el fenómeno a partir de ella. Con los datos numéricos realizan una representación gráfica al puntear los datos y se les cuestiona a partir de ella ¿Cómo sería la gráfica si el movimiento es más lento? ¿Y si es más rápido? Se les pide que bosquejen la gráfica a partir de la situación que modelaron en la Fase II y la gráfica correspondiente, los resultados se aprecian en la figura 3, en ella puede observarse que si la persona se mueve más rápido la gráfica será más alta (mayor pendiente) y además tendrá “más ruidos” (se observan más picos en la gráfica) según comentan los alumnos, si la persona se mueve más lento entonces la gráfica estará debajo de la gráfica de referencia (gráfica 1), estas predicciones fueron validadas al realizar el proceso de M-G.

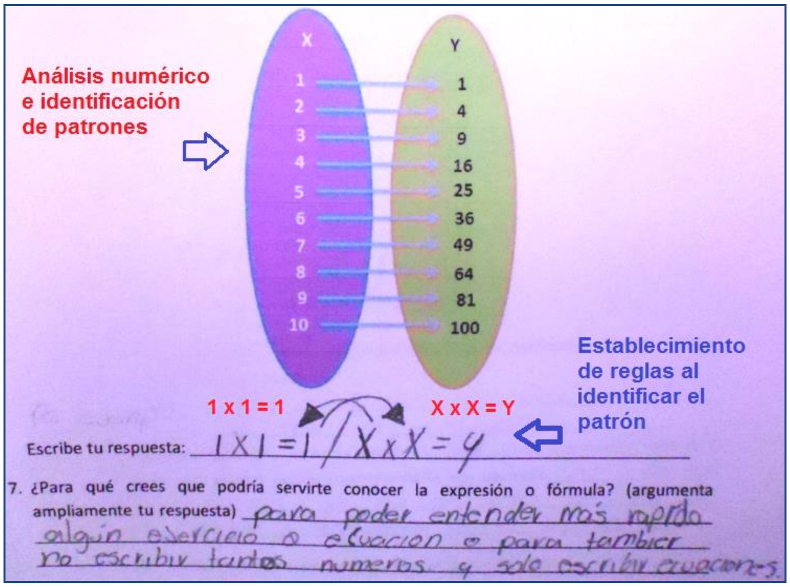


Figura 1: La identificación del patrón y el establecimiento de la regla

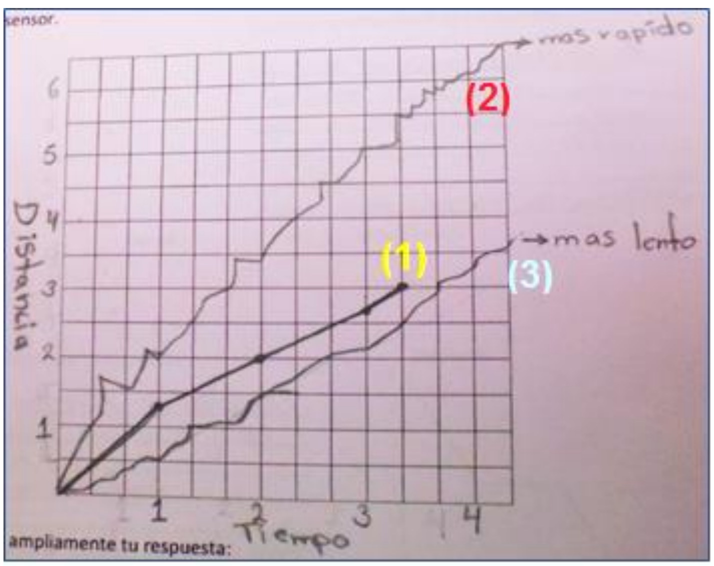


Figura 2: La gráfica como herramienta de predicción

Es importante mencionar que para la construcción de la parábola surgió una discusión muy interesante, las propuestas del movimiento fueron muy variadas, desde que el movimiento tenía que hacerse en forma curva hasta tener que desplazarse por encima de una montaña, ellos veían a la gráfica como una *trayectoria* y lo que se debía construir era la trayectoria y no pensaban en la relación que juegan las variables que están presentes en el movimiento. La modelación jugó un papel muy importante porque permitió realizar las propuestas que ellos emitieron y contrastarlas con la situación, se logró construir nuevos modelos y formas y consensar entre todos una propuesta final que se validó con el proceso de M-G, en la figura 4 se observa la gráfica que se construyó con el apoyo del sensor.

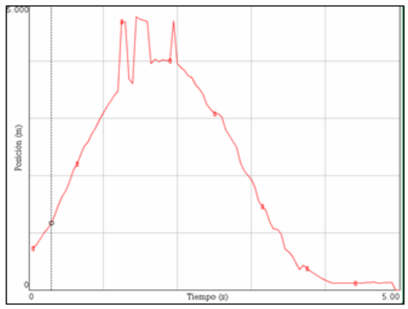


Figura 4: Construcción de la gráfica con el apoyo de la tecnología

Conclusiones

Sé observó que el alumno desarrolló habilidades al transitar de un ambiente a otro (numérico, gráfico y algebraico) permitiéndole contar con más herramientas para construir argumentos y significados sobre el concepto de función. A través de las actividades que desarrollaron los alumnos conocieron el proceso de construcción de una recta y una curva (parábola), en dónde la situación participa en el discurso y las formas de representación gráfica y numérica tienen sentido y significado en términos de la situación de movimiento. La Modelación-Graficación favorece el uso de las formas de representación (numérico, gráfico y algebraico) así como el tránsito de un ambiente a otro a partir de la relación que se puede establecer entre ellas, sin embargo, con nuestra propuesta el aspecto algebraico no se logró del todo, surgieron importantes ideas como la relación entre variables y el intento por querer determinar la regla aunque no fue suficiente, creemos que conviene abordar más concretamente este aspecto a partir del análisis de la variación.

De estas actividades de Modelación-Graficación que proponemos emergieron dos cosas muy interesantes: La necesidad de contar con referentes o puntos de apoyo para argumentar y el uso de símbolos que surgen como apoyo en la argumentación. El uso de estos referentes y símbolos van cargados de la intencionalidad de transmitir “un significado”, expresa también la funcionalidad de los objetos matemáticos que son usados con intención y en una situación específica.

La Modelación-Graficación juega un papel muy importante como medio para contrastar las propuestas de los participantes (“hipótesis”) con la situación real, de donde surgen “nuevos modelos” siguiendo el proceso de la categoría de M-G (Realizaciones múltiples, identificación de patrones, realización de ajustes y desarrollo del razonamiento), estos “nuevos modelos” se resignifican cada vez que se ponen en escena permitiendo construir un patrón o modelo deseado así como la construcción del conocimiento. De allí que la M-G como práctica social implícita en una SDM es la que guía el proceso, es la que provoca que surjan estos constructos y la que nos mueve a actuar. Los argumentos construidos con la secuencia permitieron a los participantes interpretar una gráfica en términos del movimiento, la situación se hace presente en la argumentación, la gráfica tiene significado y sentido para ellos. Identifican cambios en la forma de la gráfica con relación al movimiento (velocidad, aceleración), desarrollan un nuevo uso de la gráfica a través de la resignificación del movimiento con los elementos de la categoría de M-G. Con respecto a lo numérico permitió identificar la cantidad que varía, sirvió de apoyo para predecir estados futuros y a través de esta inquietud establecer la regla que representa la situación aunque solo se lograron en algunos casos, comprendieron la relación que existe entre la tabla numérica y la gráfica y como una puede construirse a partir de la otra, pero sobre todo que provienen de una situación de lo cotidiano, no son conceptos abstractos sino que son usados con intención.

Se produjeron acercamientos interesantes a la conceptualización de la función cuadrática y a sus elementos que lo caracterizan tales como la concavidad, el vértice, el lado recto, así como el punto de intersección de la curva con el eje vertical; es importante señalar que estos conceptos se desarrollaron teniendo como sustento la SDM. La situación se hace presente en la argumentación, de allí que estos conceptos son entendidos a partir de su aspecto funcional, de manera que la concavidad depende del cómo se produce el movimiento a partir del sensor (que representa un punto clave o bien identificado también como centro del sistema de referencia), el lado recto de la parábola es entendido cotidianamente como qué tan ancha o cerrada es la curva y eso depende de la forma en que se mueve la persona (relación tiempo- distancia) y así cada concepto es interpretado con relación a la SDM; de manera que los alumnos pueden interpretar una gráfica a través de la SDM y gracias a la M-G.

Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: Reconstrucción de argumentos y de significados. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, 16*(1), 73-78.

Montiel, G. y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación Socioepistemológica: Ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (Eds.), *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones* (pp. 61-88). México: Lectorum.

Morales, A., y Cordero, F. (2014). La graficación-modelación y la serie de Taylor. Una Socioepistemología del cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(3), 319-345.

Secretaría de Educación Pública. (2013). *Documento Base del Bachillerato General.* Recuperado el 11 de Noviembre de 2014 de http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/programasdeestudio.php

Suárez, L. (2008). Modelación-Graficación, una categoría para la Matemática escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico. Tesis de Doctorado. México: Cinvestav-IPN.

Zaldívar, J. D. (2014). Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar. Tesis de Doctorado. México, D.F.: Cinvestav-IPN.

Aprendizaje Y Enseñanza De Las Matemáticas A Través De La Modelación Y Simulación: Realidad Y Teoría En El Aula Escolar

Ruth Rodríguez
ITESM Campus Monterrey

Resumen

En la presente exposición, se pretende mostrar un panorama general sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a través de la Modelación Matemática y Simulación de fenómenos reales en una clase de Ecuaciones Diferenciales en una institución mexicana privada al noreste de México. Desde hace más de 40 años la investigación en Matemática Educativa ha reportado los importantes beneficios de la enseñanza a través de la modelación en diversos niveles escolares, estudios internacionales como PISA de la OCDE han realzado igualmente la importancia de la cultura matemática para el Nuevo ciudadano del siglo XXI. En particular, en una institución que prepara ingenieros, esta necesidad es cada vez más imperante. La propuesta que se ha presentado ya anteriormente (Rodríguez, 2013, 2015) reposa en estudios previos (Rodríguez, 2010) los cuales a su vez están basados en marcos internacionales sobre Modelación Matemática (Blum, Niss y Galbratih, 2007). En particular, se han estudiado aspectos como el desarrollo de competencias de modelación (Rodríguez y Quiroz, 2014, 2015) así como el uso y el papel de la tecnología en la adquicisión de habilidades de los alumnos a este respecto en ambientes de aprendizaje active (Zavala et al, 2013). En particular, nos centramos en el aprendizaje del concepto Ecuación Diferencial y nos interesa el buscar que el alumno logre aprendizaje del concepto favoreciendo el juego entre representaciones del mismo (numeric, gráfico, analítico, verbal, otros). Los resultados analizados desde un paradigma cualitativo han mostrado el beneficio de los alumnos alrededor del uso de la herramienta ecuación diferencial, al respect su comprensión del concepto, su uso en diversas aplicaciones y un mayor uso de métodos diversos para resolver y entender la solución de este

objeto matemático.

Referencias

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (eds.) (2007). Modelling and applications in mathematics education, The 14th ICMI-study 14. New York: Springer-Verlag.

Rodríguez, R. y Quiroz, S. (2015). Developing Modeling Competencies through the use of technology. Editado por W. Blum (Editor), M. S. Biembengut (Editor) y G. Stillman (Editor), International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer.

Rodríguez, R. y Quiroz, S. (2014). Modelación y Uso de tecnología en un curso de Ecuaciones Diferenciales. En L. López (coordinadora), Tecnología Computacional en la Enseñanza de las Matemáticas (pp. XX-XX). Monterrey: UANL-AMIUTEM Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología. Rodríguez, R. (2015). A Differential Equations course for engineers through Modelling and Technology

Editado por W. Blum (Editor), M. S. Biembengut (Editor) y G. Stillman (Editor), International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer.

Rodríguez, R. (2013). Innovation in the teaching of mathematics for Engineers through Modeling and Technology: a Mexican experience. American Society of Engineering Education (ASEE) International Forum Proceedings. Atlanta, Estados Unidos.

Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 13 (4-I): 191-210. México. ISSN : 1665 -

Zavala, G., Domínguez, R. y Rodríguez, R. (2013). ACE: Innovative Educational Model to Teach Physics and Mathematics for Engineering Students.

American Society of Engineering Education (ASEE) Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings. Atlanta, Estados Unidos.

La Planificación Como Dispositivo De Formación De Los Futuros Docentes De Matemáticas

Alejandra Avalos Rogel
Escuela Normal Superior De México

Resumen

Este estudio pretende dilucidar los procesos derivados de la planificación didáctica de los estudiantes normalistas, considerada como un dispositivo de formación que permite la reconstrucción de praxeologías matemáticas a enseñar y praxeologías matemáticas para la enseñanza. Dado que un dispositivo es un espacio de negociación de significados sobre las relaciones didácticas entre el futuro docente, los estudiantes de secundaria y los formadores de formadores, se eligió una metodología inscrita en una racionalidad compleja, y actores proclives a un trabajo constructivista. Se caracteriza la planificación como actividad de estudio e investigación en tanto estrategia de aprendizaje situado de la profesión, bajo una doble restricción institucional: la de la escuela secundaria y la de la normal. Finalmente se describe el recorrido de estudio e investigación en una planificación de un estudiante normalista sobre números decimales.

Palabras Clave: didáctica de las matemáticas, formación inicial de docentes, planificación didáctica, teoría antropológica de lo didáctico, praxeologías.

Planteamiento del problema

Una actividad central de la práctica docente es la planificación. Ésta tiene la intención de establecer el objetivo de la clase, dar coherencia a su contenido, prever las actividades requeridas para alcanzar los objetivos y los materiales que se utilizarán para tal fin, prever aspectos de gestión pedagógica, como la organización de los estudiantes y del tiempo de enseñanza, y considerar los aspectos vinculados con la evaluación del aprendizaje. En otras palabras, la planificación de la clase es una construcción curricular individual-colectiva, en la que se recupera por un lado, un proyecto social de enseñanza, que determina la naturaleza epistémica de las matemáticas escolares y que en buena medida se ve plasmado en un referente normativo curricular[1]; y por otro lado, un proyecto didáctico del docente que cristaliza un conjunto de intencionalidades ligadas a la tarea desde un *ethos* profesional[2].

Para los formadores de formadores, la elaboración de la planificación previa a la práctica docente en condiciones reales constituye un espacio de formación por excelencia desde un modelo de formación *in situ*, porque favorece la construcción de saberes docentes, en particular saberes procedimentales y actitudinales en contextos específicos, con las restricciones y exigencias de una institución y las demandas de un grupo de estudiantes determinado (Aguilera, 2014).

Sin embargo, la trayectoria académica de los estudiantes normalistas, principal referente sobre la profesión y primera construcción de saberes docentes, se convierte en un obstáculo para mirar el referente curricular actual, como veremos más adelante. Por otro lado, su proyecto didáctico no está sedimentado, y la sensibilidad para identificar los procedimientos de los niños a partir de sus producciones, sus saberes y necesidades de aprendizaje, y que son condición para la instalación de futuros ambientes de aprendizaje, está en construcción.

Este planteamiento epistémico llevó a la identificación de un hueco teórico en términos de categorías y modelos que expliquen los procesos formativos al interior de los dispositivos para la formación inicial de docentes que apuestan por la puesta en situación: ¿Qué características tiene la planificación en tanto dispositivos institucionales de formación? ¿Cómo se forman los estudiantes en dichos dispositivos, desde las restricciones institucionales que plantean la escuela de práctica y la normal? ¿Cómo se evidencia la conformación de sus saberes en una planificación, considerada como una evidencia de recorrido de estudio y de investigación (Chevallard, 2009)?

Contexto de la investigación

Desde 1999, la Escuela Normal Superior de México desarrolla el Plan de Estudios de la Licenciatura en Educación Secundaria en la especialidad en Matemáticas. La hipótesis curricular es que la formación tiene lugar cuando los estudiantes normalistas, abordan temas específicos de matemáticas y su enseñanza, contenidos pedagógicos, psicológicos, y sociológicos, y sobre todo cuando reflexionan en torno a actividades de observación y práctica docente en grupos de matemáticas en la escuela secundaria. El programa contempla el desarrollo de espacios curriculares en dos áreas de formación: “Actividades de acercamiento a la práctica escolar” y “Práctica intensiva en condiciones reales de trabajo” (SEP, 1999: 33) en los que se prevé la instalación de situaciones formativas en dos escenarios: en la escuela secundaria y en la escuela normal, en periodos alternados de dos meses en el último año del programa.

En la normal antes de realizar prácticas en la escuela secundaria, los normalistas elaboran planes de clase fundamentados en perspectivas de la didáctica de las matemáticas, en materiales de apoyo al trabajo docente como manuales escolares y libros para el maestro, en las recomendaciones de los formadores de formadores y en sus propias experiencias como estudiantes. En esas planificaciones, puntualizan las actividades que llevarán a cabo en los grupos a su cargo, los instrumentos de seguimiento y evaluación, y prevén algún tipo de respuesta por parte de los niños, generalmente la que consideran convencionalmente correcta, y las posibles estrategas docentes.

En la escuela secundaria, los normalistas atienden grupos de alumnos en las asignaturas de matemáticas, bajo la tutoría de un maestro de secundaria comprometido y experimentado, y con la observación y acompañamiento de un formador de la escuela normal.

De regreso a la normal, los normalistas analizan con el formador la funcionalidad de las propuestas didácticas, los contextos que las posibilitaron, y el impacto en la consecución de los propósitos de la educación secundaria. A pesar de que los formadores consideran que la práctica docente, y en particular la planificación, son dispositivos efectivos para la formación los docentes, los estudios desde la didáctica de las matemáticas para explicar por qué se logra una formación, a partir de las restricciones institucionales, tanto las que ofrece el curriculum, las de la escuela de práctica y las de la normal, apenas se están iniciando (Bosch y Gascón, 2009).

Aspectos metodológicos

Se reconoce a la planificación docente en esta investigación como una problemática posibilística, esto es, “Dado un cierto conjunto de condiciones y de restricciones a las cuales se somete una determinada institución o una determinada persona, ¿a qué sistemas praxeológicos es posible que esta institución o esta persona accedan?” (Chevallard, 2009: 91).

Dado que los sistemas praxeológicos “viven y se desarrollan” en nichos institucionales insertos en una cultura determinada, es necesario recuperar los entramados de significaciones de los actores que participan de ella (Geertz, 1987).

Este estudio pretende dilucidar los procesos derivados de la planificación didáctica de los normalistas, considerada como un dispositivo de formación que permite la reconstrucción de praxeologías matemáticas a enseñar y praxeologías matemáticas para la enseñanza. Dado que un dispositivo es un espacio de negociación de significados sobre las relaciones didácticas entre el futuro docente, los estudiantes de secundaria y los formadores, se eligió una metodología inscrita en una racionalidad compleja, y actores proclives a un trabajo constructivista.

Referentes conceptuales: la praxeología

Para poder analizar el juego de los componentes conceptuales y experienciales se recurrió a la praxeología (Chevallard 1998, Aguayo 2004). La praxeología es un sistema [T /τ / θ /Θ] que se estructura en un doble nivel: el de la praxis, o bloque práctico–técnico (saber-hacer), que incluye los diferentes tipos de tareas (T) y las técnicas y estrategias (τ) que permiten implementarlas y desarrollarlas; y el bloque teórico-tecnológico, o del logos que incluye los argumentos especializados –o tecnológicos– (θ) que justifican las técnicas y las estrategias utilizadas, y los elementos teóricos (Θ) que dan sentido a las tareas planteadas (Chevallard 1998). Su diferencia respecto de la "simple" práctica, estriba en que, la praxeología integra al "saber hacer" (praxis) con el "saber" (logos). (Aguayo 2004).

Para esta investigación se consideró a la praxeología como un sistema estructurado que establece la manera como se estudian las matemáticas en una institución como la escuela secundaria, la manera como se da el vínculo entre los diversos tipos de prácticas que desarrollan los maestros de matemáticas, y los saberes derivados de la experiencia, de la actividad reflexiva, y de las teorías elaboradas por las Ciencias de la educación (saberes teóricos y metodológicos).

De ahí que se identifique dos tipos de praxeologías: las praxeologías de las matemáticas a enseñar –y que está asociado a la naturaleza de las matemáticas escolares-, y las praxeologías matemáticas para la enseñanza, que están asociadas a los saberes y prácticas de los docentes.

Praxeologías de las matemáticas a enseñar

En la secundaria mexicana actual, las praxeologías de las matemáticas a enseñar están todavía sometidas a una fuerte tensión: una tradición en la que se trata de "mostrar" los contenidos matemáticos a los estudiantes con una fuerte tendencia a "atomizarlos"[3], para que éstos los aprendan, mediante de estrategias de "explicación-ejercitación", y una tendencia curricular desde 1993 a que los estudiantes participen de manera autónoma y activa en la construcción de saberes matemáticos a partir de la reorganización de sus saberes previos, en el contexto de la resolución de problemas.

Esto ha tenido fuerte impacto en las praxeologías matemáticas a enseñar: en el componente de teórico-tecnológico o del logos, se considera que los objetos matemáticos, sus relaciones y sus operaciones tienen diferentes significados y representaciones, que dependen de los contextos donde se usan, de los campos conceptuales donde se ubican, y de los marcos locales que grupos de estudiantes específicos construyen en función de sus propios contextos sociales.

En el componente práctico–técnico no sólo se privilegia el uso de técnicas y algoritmos, también la posibilidad de comunicar información cuantitativa mediante representaciones convencionales, la argumentación y validación de resultados, como una forma de desarrollar el razonamiento matemático, pero también como una forma de construcción matemática, y finalmente una actitud hacia las matemáticas.

Praxeologías matemáticas para la enseñanza

La enseñanza de las matemáticas posee praxeologías específicas, que sin embargo son bastante borrosas. En el componente del logos, los docentes deben reconocer los principales problemas epistemológicos que plantean las matemáticas en el nivel; conocer el desarrollo de los procesos cognitivos de los estudiantes que permiten o no el aprendizaje; y finalmente los procesos de la gestión pedagógica y didáctica, por ejemplo para el tratamiento del error.

En el componente práctico–técnico se reconoce que el contenido matemático tiene que contextualizarse para ser ofrecido al estudiante, en el proceso de planificación, y que es necesaria una consigna que le permita asumir de manera autónoma la tarea, para lograr un proceso de descontextualización, que será el conocimiento matemático a alcanzar.

Restricciones institucionales

La planificación es considerada como actividad de estudio e investigación en tanto estrategia de aprendizaje situado de la profesión. Por lo tanto se ve sometida a restricciones institucionales de la escuela secundaria y las de la institución formadora.

Restricciones institucionales de la escuela de práctica

Las escuelas secundarias reciben estudiantes normalistas del último año de la licenciatura en estancias intercaladas de 2 meses. Se exige de manera explícita que los estudiantes cumplan con el currículo de matemáticas del grado que atienden, y acaten la temporalidad establecida para el abordaje de los contenidos, con la fuerte restricción de 50 minutos por clase. Pero también hay restricciones derivadas de las culturas escolares. Por un lado, se exige una respuesta a las necesidades de los estudiantes, derivadas de las interacciones cotidianas y de la evaluación, sin perder de vista el contexto donde se trabaja, en un clima de orden y respeto. Se espera finalmente que implementen materiales didácticos, analógicos y tecnológicos, bajo el supuesto de que los normalistas traen aspectos “innovadores” recientemente adquiridos.

Restricciones institucionales de la escuela normal

La planificación que se solicita en las escuelas normales obedece a restricciones de tipo curricular, pero también a un prestigio de la normal que se juega como “conocedora” y “representante” de la incorporación de los avances de la didáctica de las matemáticas, y el compromiso de que los jóvenes que se presentan a las secundarias tengan el dominio de contenidos matemáticos y didácticos.

Por lo tanto, para diseñar una secuencia didáctica, que es la unidad de planificación organizadora de la enseñanza, los formadores de formadores pueden solicitar un análisis histórico del tema; antecedentes matemáticos, que es la evidencia del “dominio” del tema, que puede incluir algunas demostraciones matemáticas; un acercamiento a la “didáctica del tema” que es la revisión de algunas investigaciones o documentos de divulgación en didáctica de las matemáticas.

Es obligado que incluyan la ubicación programática y dosificación, la síntesis del contenido, ideas centrales a desarrollar en la clase y los planes de clase.

Finalmente, se solicita anticipar las posibles respuestas correctas o incorrectas del alumno, e incluso sus propias estrategias didácticas.

Estos aspectos conformarán una ingeniería pedagógica.

La planificación como actividad de estudio e investigación

La ingeniería consiste en la producción de un curriculum y su conducción. Para la producción se requiere una concepción acompañada por el estudio de las diversas posibilidades entre las cuales se hacen elecciones y su explicitación. La planificación, en tanto ingeniería pedagógica, es una herramienta didáctica que permite la organización del contenido, la coherencia entre actividades y los aspectos que se tomarán en cuenta para la evaluación.

Ahora bien la planificación como actividad de estudio e investigación en la conformación de las praxeologías, tendría que dar respuesta a la pregunta generadora del formador: “¿Cómo lograr la construcción de un contenido matemático escolar específico por parte de un grupo de estudiantes, insertos en una comunidad epistémica?” Se identificó que en relación a los contenidos, los normalistas establecen rutas didácticas, lo que puede ser vistas como un recorrido de estudio y de investigación, un PER (Chevallard, 2009).

En el siguiente ejemplo de secuencia didáctica, el estudiante normalista rescata aspectos de las propuestas actuales: recuperar diversas representaciones de los objetos matemáticos, o resolver problemas con múltiples soluciones; pero a su vez atiende preocupaciones derivadas de su formación, y restricciones de la escuela secundaria, como la necesidad de recurrir al abordaje del algoritmo convencional.

Ideas centrales a desarrollar en cada clase	
– Interpretar a los decimales en diversas formas de representación. – Reflexionar sobre la propiedad de densidad – Realizar operaciones que impliquen el trabajo con números decimales recurriendo a los algoritmos convencionales. – Resolver problemas que impliquen el trabajo con números decimales que tengan múltiples soluciones – Resolver problemas que impliquen el trabajo con números decimales recurriendo a los algoritmos convencionales	
Sesiones	
1°	2°
Interpretar a los decimales en diversas formas de representación. Reflexionar sobre la propiedad de densidad.	Resolver problemas que impliquen el trabajo con números decimales que tengan múltiples soluciones.
3°	4°
Realizar operaciones que impliquen el trabajo con números decimales recurriendo a los algoritmos convencionales.	Resolver problemas que impliquen el trabajo con números decimales recurriendo a los algoritmos convencionales.

El punto de arranque en la primera clase es una reflexión sobre el objeto matemático, los decimales, su representación y la propiedad de densidad, que obedece a una restricción de la escuela secundaria, y posiblemente a una preocupación personal. Pero por otro lado, también puede ser la decisión didáctica de identificar qué es lo que saben los alumnos, para la resolución de problemas en la segunda clase, que además atendería a una restricción de la normal y del currículo.

Sus decisiones curriculares consideran documentos de apoyo al trabajo docente, sus propios conocimientos matemáticos, cómo cree que se relacionan diferentes aspectos de un mismo tema –significados, representaciones, algoritmos y procedimientos-, y su jerarquía en función de su importancia o su grado de dificultad.

Conclusión: la construcción de saberes docentes

Para los normalistas el acceso al sistema praxeológico de las matemáticas desde la planificación constituye su primer problema de la profesión, un problema al que enfrentan de una manera mucho más desventajosa que el resto de los docentes de matemáticas en servicio. El acceso a la cultura institucional de la escuela secundaria se realiza a través de una praxeología matemática a enseñar construida a lo largo de su propia trayectoria escolar, y se convierte epistémicamente en un obstáculo en la construcción de una praxeología matemática para la enseñanza, asociada a la institución donde va a enseñar.

A diferencia de la planificación de los docentes en servicio, los saberes docentes de los futuros maestros se construyen en la planificación gracias al acompañamiento en su elaboración, en la reflexión de sus anticipaciones sobre sus posibles estrategias didácticas y sobre los aprendizajes de los estudiantes, y del contraste con lo acontecido en la clase, y con el enfrentamiento a la tensión entre una tradición en la enseñanza de las matemáticas y la incorporación de los resultados de las investigaciones en didáctica de las matemáticas en el currículo.

Finalmente, la planificación de los estudiantes normalistas son situaciones formativas de "puesta en situación" de otra institución distinta, la escuela normal, y que por lo tanto, establece sus propias restricciones que también se convierten en obstáculo epistemológico.

Se concluye que la reflexión previa a la práctica es formativa, y que la planificación da cuenta de nuevos saberes docentes que conformarán praxeologías matemáticas para la enseñanza.

[1]Chevallard (2002) analiza este fenómeno a través de la caracterización de lo que denomina "cadena de niveles de codeterminación didáctica", y la esquematiza de la siguiente manera:
Sociedad → Escuela → Pedagogía → $\boxed{\textbf{Disciplina}}$ → Área → Sector → Tema → Cuestión

[2]Pérez y Gimeno (1988) consideran que existen distintos factores que influyen sobre el profesor cuando planifica o actúa en el aula, como sus teorías y creencias sobre el contenido y su enseñanza, su experiencia con distintos grupos de estudiantes, sus ideas explícitas e implícitas, su trayectoria como estudiante de matemáticas, entre otros, y que yo agregaría conforman su proyecto didáctico de enseñanza.

[3]Este 'encierro en los temas' constituye un fenómeno didáctico que Yves Chevallard ha calificado como el 'autismo temático del profesor' (Bosch y Gascón, 2004: 11).

REFERENCIAS

AGUAYO, Luis Manuel (2004). "El 'saber didáctico' en las escuelas normales. Un análisis de las praxeologías de formación". *Educación Matemática 16 – 3*. México: Santillana.

Aguilera, M. (2014). "La relación formativa tutor-tutorado". En Lozano, I. y Gutiérrez, E. (Coord.) (2014). *Procesos formativos y prácticas de los formadores de docentes*. México: Díaz de Santos.

Bosch, M., y Gascón, J. (2009). "Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria". En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*. Santander: SEIEM.

Bosch, M., y Gascón, J. (2004). "La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos" [Tomado de www.ugr.es/~jgodino/siidm/madrid_2004/gascon_ unidad_ analisis.doc]

Chevallard, Y. (1998). "Familiarité et problématique, la figure du professeur » en Margolinas C. et M. Perrin Glorian (coords.) *Cinq études sur le thème de l'enseignement*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2002). "Organiser l'étude. 3. Ecologie & regulation". *Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques*. Août 2001. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2009). “La notion d’ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD”. *Cours 15e école d’été de didactique des mathématiques*. Clermont-Ferrand, août 2009.

Geertz, C. (1987). *La interpretación de las culturas*. Barcelona: Gedisa.

Pérez, A. I. y Gimeno, J. (1988). “Pensamiento y acción del profesor: de los estudios sobre planificación al pensamiento práctico”. *Journal for the Study of Education and Development, 42*. [Tomado de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=48302].

La Formación Docente En Ambientes Virtuales De Aprendizaje, Caso De Estudio: Profesorado Para La Educación Primaria

Lorena Zanola, Gabriela Vilanova
lorenazanola@gmil.com, vilanova@uolsinectis.com.ar
Unidad Académica San Julián, Unidad Académica Caleta Olivia
Universidad Nacional de la Patagonia Austral

RESUMEN

El avance de las tecnologías de la información y la comunicación, ha generado cambios sociales que son percibidos en distintos campos y ámbitos. Estas modificaciones han propiciado nuevos desafíos a los sistemas educativos en todos los niveles y modalidades exigiendo un replanteo de los modelos pedagógicos en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Las instituciones de educación superior deben flexibilizarse y desarrollar vías de integración de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de formación. Paralelamente es necesario aplicar una nueva concepción de los alumnos-usuarios, así como cambios de rol en los profesores y cambios administrativos en relación con los sistemas de comunicación y con el diseño y la distribución de la enseñanza. El objeto de la presentación es compartir la experiencia del cursado en el ambiente virtual de aprendizaje Unpabimodal de un espacio curricular de Práctica correspondiente al tercer año del Profesorado para la Educación Primaria que se dicta en la Unidad Académica San Julián de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral.

Las Tic pueden apoyar los procesos de formación a través de los ambientes virtuales de aprendizaje, creando instancias formativas donde la interacción, la colaboración y el aprendizaje entre pares se transformen en nuevos escenarios de aprendizaje. El que los alumnos usen estos ambientes virtuales para formarse, les permite conocer de forma más directa los roles que se esperan en su futuro rol profesional, el que ellos podrán ejercer al incorporar esta modalidad

de enseñanza en sus prácticas docentes, específicamente en su especialización y formación contínua.

Palabras claves: formación docente, ambientes virtuales de aprendizaje, estrategias didácticas.

Introducción

Las instituciones de educación superior han experimentado un cambio de cierta importancia en el conjunto del sistema educativo de la sociedad actual tales como desplazamiento de los procesos de formación desde los entornos convencionales hasta otros ámbitos, demanda generalizada para que los estudiantes adquieran las competencias necesarias para el aprendizaje continuo.

La gestión de proyectos de tecnología en las instituciones de educación superior no puede estar separada de la gestión de los entornos virtuales de formación, ya que en muchas de las decisiones que se toman en este proceso, se debe considerar el contexto y la práctica misma. La definición de la estrategia institucional es clave en cualquier proceso de introducción de una innovación. (Salinas, 1999)

La formación, superando las barreras del espacio y del tiempo, debe conseguir aprovechar y utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de forma correcta, y esto sólo se consigue a través del obligado rediseño de las propuestas metodológicas de los programas de formación (Ferrate, 2003). Estas propuestas metodológicas han de basarse en la flexibilidad, en la interactividad y en el aprendizaje colaborativo en red, dado que la característica fundamental del aprendizaje se lleva a cabo en colaboración. (Harasim, 2000)

El rol del profesor cambia de la transmisión del conocimiento a los alumnos a ser facilitador en la construcción del propio conocimiento por parte de estos (Gisbert, 2002). El alumno es el centro o foco de atención en el que el profesor juega, paradójicamente, un papel decisivo.

Adoptar un enfoque de enseñanza centrada en el alumno significa atender a aquellas actitudes, políticas y prácticas que pueden ampliar o disminuir la ‘distancia’ de los alumnos distantes. El profesor actúa primero como persona y después como experto en contenido y en estrategias de enseñanza. Promueve en el alumno el crecimiento personal y enfatiza la facilitación del aprendizaje antes que la transmisión de información.

Formación de Profesores en la Universidad Nacional de la Patagonia Austral

La Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UNPA), está ubicada al sur de la Patagonia Argentina, en la provincia de Santa Cruz. Está constituida por cinco Unidades de Gestión: Cuatro Unidades Académicas ubicadas en las localidades de Río Gallegos, Río Turbio, Caleta Olivia y Puerto San Julián, y el Rectorado que funciona en la ciudad de Río Gallegos (Figura 1 y 2).

La distribución geográfica de la Universidad, dispersa en la región de la Patagonia Austral (provincias de Tierra del Fuego, Santa Cruz y Chubut) de más de 490.000 Km.^{2}, y con una densidad poblacional de 1,2 habitante por Km.^{2}, como así también la situación de lejanía en relación a los principales centros de producción del conocimiento, hacen necesario que se originen alternativas educativas, basadas en propuestas de modalidad no presencial o a distancia, que implican la utilización de tecnologías de diversa complejidad.

Las funciones de la Universidad abarcan a las actividades de docencia en carreras de pregrado, grado y postgrado, actividades de extensión, investigación y vinculación.

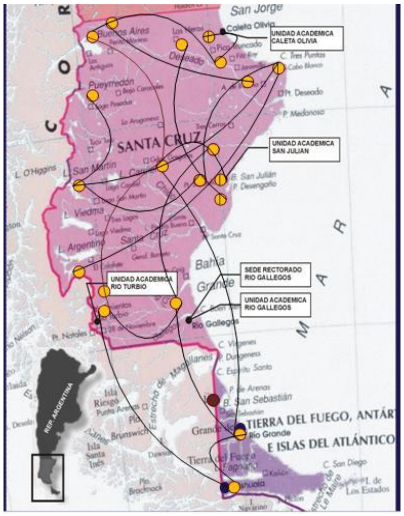


Figura 1. Zona de Influencia

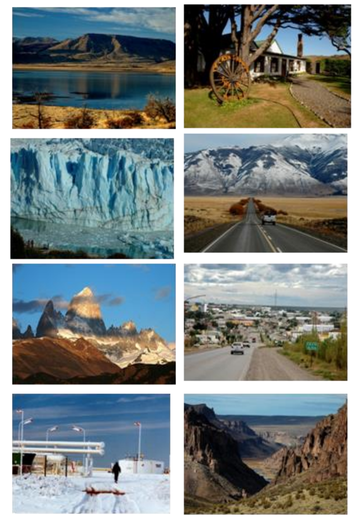


Figura 2. Imágenes Zona de influencia

Desde el año 2003 la UNPA se propuso la estructuración de las ofertas de las asignaturas en diferentes niveles de organización y acompañamiento académico. Esto es lo que se conoce como Estándares del Sistema de Asistencia Técnico Pedagógico (SATEP), y que se convierten en el primer componente del Sistema Educativo Bimodal.

Los estándares SATEP son seis y se caracterizan por un conjunto de variables, a saber: grado de presencialidad, características de los materiales, estrategias comunicacionales y formas de evaluación y acreditación. La UNPA adoptó Moodle como su entorno virtual de enseñanza y aprendizaje y lo denomina Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje de Unpabimodal. El entorno virtual de Unpabimodal está compuesto por un conjunto de aulas virtuales. (Figura 4)

La presente experiencia trata sobre la asignatura Práctica III, que es una asignatura anual del tercer año del Profesorado para la Educación Primaria que ofrece la (UNPA), Unidad Académica San Julián (UASJ).

De acuerdo a lo establecido en el plan de estudios de la carrera[1], Práctica III, tiene una carga horaria semanal de cuatro horas reloj, equivalente a 120 horas anuales. Por una definición institucional de la UNPA - UASJ, el espacio curricular se ofrece de manera semipresencial, en el nivel SATEP 1, lo cual implica un

50% de cursado a distancia, por medio del entorno educativo de enseñanza y aprendizaje UNPAbimodal[2] y un 50% de cursado presencial.

El Profesorado para la Educación Primaria que ofrece la UNPA UASJ cuenta con estudiantes que residen en diferentes localidades de la provincia de Santa Cruz. Práctica III tiene estudiantes que viven en las siguientes localidades: Puerto Deseado, Puerto San Julián, Gobernador Gregores, Comandante Luis Piedra Buena, Puerto Santa Cruz y El Calafate.

Estas localidades distan entre 120 y 600 km de Puerto San Julián, lugar en el que se encuentra la sede física de la UNPA – UASJ, y al que se trasladan los estudiantes cuando tienen encuentros de clases presenciales de las diferentes asignaturas. En el caso de Práctica III suelen realizarse unos 5 (cinco) encuentros presenciales en el año, algunos de ellos son intensivos y se extienden durante todo el día.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN AMBIENTES VIRTUALES DE APRENDIZAJE

Un ambiente virtual de aprendizaje es aquel espacio o comunidad organizados con el propósito de lograr el aprendizaje. Se requieren ciertos componentes (Salinas, 2004): una función pedagógica (que hace referencia a actividades de aprendizaje, a situaciones de enseñanza, a materiales de aprendizaje, al apoyo y tutoría, a la evaluación, etc.), una función tecnológica (que hace referencia a las herramientas seleccionadas en conexión con el modelo pedagógico), una función organizativa (que incluye la organización del espacio, la gestión de la comunidad). (Figura 3).

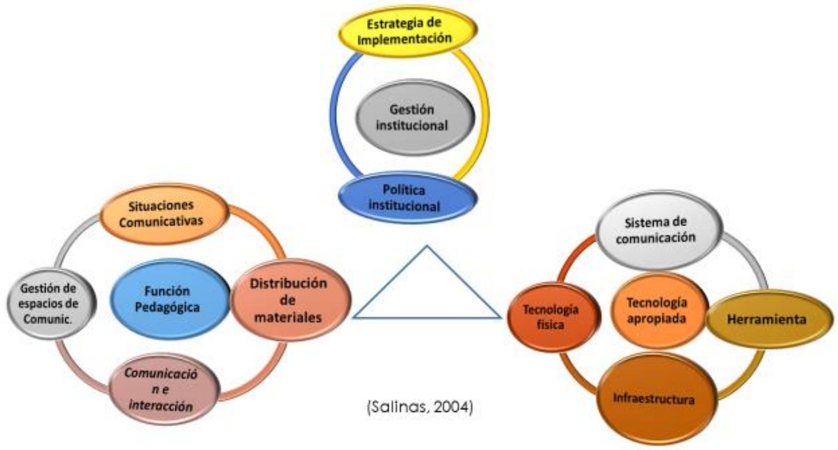


Figura 3. Modelo Pedagógico para aprendizaje en línea

Gestionar un entorno, no significa que todas las estrategias y decisiones se encuentran en el mismo nivel. No es lo mismo la definición de una estrategia de introducción de TIC en una institución o de un proyecto de e-learning corporativo, que el diseño de un proceso concreto de enseñanza aprendizaje en un entorno virtual. El autor Salinas, (Salinas, 2005) propone diferenciar tres niveles distintos de decisiones en cuanto al diseño y desarrollo de las posibilidades de los entornos virtuales de formación y estos tres niveles van a dar lugar a tres niveles o tipos de gestión de los mismos:

1. Gestión de los procesos de política institucional, de análisis del contexto, de implementación, dirigidos a la definición y puesta en marcha de un proyecto de e-learning o de utilización de TIC.

2. Estrategias de implementación y diseminación en la institución. En este nivel situamos la gestión del entorno virtual que hace referencia al proceso de convertir el e-learning en parte de la cultural de la institución.

3. De práctica y experiencia diaria dirigida a escoger la más adecuada combinación de métodos, medios y técnicas que ayude al alumno a alcanzar

la meta deseada del modo más sencillo y eficaz. En otras palabras, diseñar y ejecutar estrategias didácticas.

La gestión a cualquiera de estos tres niveles hace referencia, con mayor o menor implicación, a decisiones que combinan las tres funciones señaladas.

Nivel 1: Estrategias de introducción y/o implementación de Tecnología en procesos e-learning a nivel institucional.

Nivel 2: Expansión e implementación de estrategias basadas en Tic en la institución.

Nivel 3: Práctica diaria y experiencia en cada asignatura. El docente de cada espacio curricular toma decisiones en cuanto al diseño de acciones formativas.

Los autores (Robert, 2000) proponen modelos de enseñanza aprendizaje on line diferenciándose entre ellos en cuanto a la incorporación de recursos basados en web y herramientas síncronas y asíncronas.

- Modelo de iniciación, ofrece apuntes y material diverso en formato web, aconsejable en aquellos contextos donde el tiempo es limitado.
- Modelo estándar, utiliza las ventajas ofrecidas por la tecnología permitiendo un cierto grado de comunicación e interacción entre estudiantes y profesores.
- Modelo evolucionado, apropiado para situaciones donde se realiza distribución de actividades.
- Modelo radical, los estudiantes son organizados en grupos, aprenden interactuando entre ellos, utilizando una vasta cantidad de recursos web existentes (blended learning).

La organización y gestión de los procesos de enseñanza aprendizaje el entorno virtual, requiere de un proceso de toma de decisiones respecto a los componentes del mismo, por ejemplo: las actividades, materiales, los modos de evaluación, la selección de herramientas vinculadas según el modelo pedagógico planteado y en lo organizativo, todo lo que tenga que ver con cronograma y con los participantes de dicho entorno. (Fig. 4)

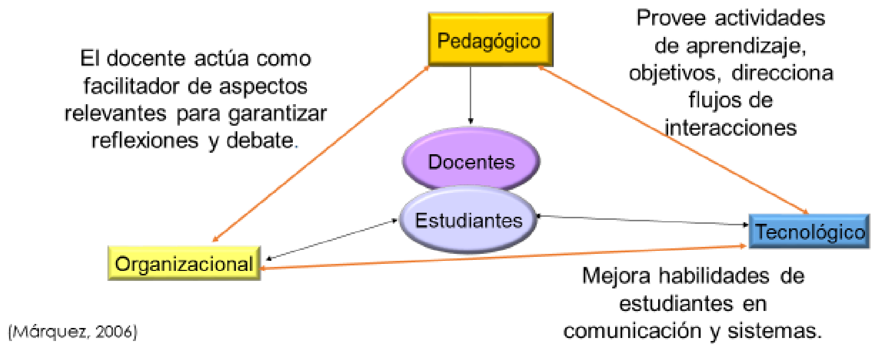


Figura 4. Roles de Docentes y Estudiantes en Ambientes Virtuales

Jose Duart (2000) (Duart, 2000) reflexiona sobre la motivación que surge de los procesos de progreso académico y mejora derivados de la construcción de conocimientos, Duart opina que existen tres elementos determinantes que condicionan positivamente la motivación en los procesos de mejora.

- La evaluación de los aprendizajes
- Los trabajos en grupo
- La aplicación de los aprendizajes en el ámbito profesional al que se pertenece o se espera pertenecer.

Las decisiones respecto al diseño de las acciones formativas en Ambientes Virtuales vienen delimitadas por aspectos relacionados con el tipo de institución (si es presencial o a distancia, el tipo de certificación que ofrecen, de la relación de la institución con el profesorado, de los espacios físicos disponibles, ubicación geográfica, etc.); con el diseño de la enseñanza en sí (metodología de enseñanza, estrategias didácticas, rol del profesor, rol del alumno, materiales y recursos para el aprendizaje, forma de evaluación); con aspectos relacionados con el alumno, usuario del sistema, y con el aprendizaje (motivación, necesidades de formación específicas, recursos y equipamiento disponible, etc.).

Diseñar acciones de formación supone participar de un conjunto de decisiones logrando el equilibrio entre el modelo pedagógico, los usuarios, según el rol de profesores y alumnos, y las posibilidades de la tecnología.

Estas decisiones parten del conocimiento de los avances tecnológicos en cuanto a las posibilidades de la tecnología para la distribución de los contenidos, el acceso a la información, la interacción entre profesores y alumnos, la gestión del curso, la capacidad de control de los usuarios durante el desarrollo del mismo, etc.

En base a ello se consideran distintas estrategias:

Estrategias de comunicación Docente- alumno / Alumno- alumno en entorno virtual.

Los grupos de estrategias conforman técnicas que se pueden aplicar a lo largo del cursado (Delgado, 2009), tales como:

- **Técnicas centradas en la individualización de la enseñanza**: que permiten a los docentes una relación directa con el estudiante al asignarle actividades como recuperar información; trabajo individual con distintos recursos: tutoriales, ejercicios; prácticas mediante el trabajo de campo; técnicas centradas en el pensamiento crítico: ensayos sobre ventajas y desventajas de distintas herramientas, reflexiones, esquemas.

- **Técnicas de trabajo en grupo y trabajo colaborativo**: a través de ellas los alumnos logran que los resultados de sus investigaciones sean compartidos por el grupo, participando activamente de forma cooperativa y abierta.

El diseño de las acciones formativas en entornos virtuales supone la planificación de la intervención docente en un proceso de comunicación educativa en forma de guía, orientación y seguimiento individualizado del trabajo del alumno durante todo el curso. (Figura. 5)

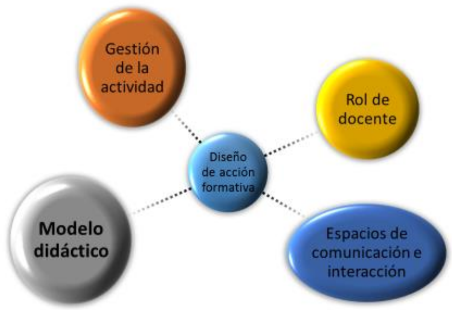


Figura 5. Diseño de acciones formativas

Para ello se debe asignar al docente las siguientes funciones:

Organizativa: presentar las actividades de aprendizaje, determinar los objetivos, la temporalización y pautas de la actividad; dirigir el flujo y dirección de las interacciones; ofrecer comentarios para solucionar problemas contextuales relacionados con las normas de participación o de tiempo.

Social: el profesor debe intentar crear y mantener un clima social favorable al aprendizaje. Mantener un clima de amistoso, lúdico y de entretenimiento favorece las relaciones en el grupo, el desarrollo y cohesión del grupo, ayuda a mantener la unidad y a que el grupo trabaje como grupo.

Pedagógica o intelectual: actuar como facilitador del aprendizaje, centrar la atención en los aspectos más relevantes y discriminar las ideas irrelevantes, cuestionar para fomentar la profundidad en las reflexiones, animar a la argumentación, etc.

Técnica: intentar que los alumnos posean habilidades con el sistema de comunicación, asegurar un cierto confort con el sistema previo al inicio de las actividades de aprendizaje y procurar que la tecnología sea transparente para el usuario.

Por su parte, (Mir, Reparaz y Sobrino, 2003), indican las siguientes funciones del docente en el entorno virtual:

- Orientación, seguimiento y control del alumno.
- Evaluación de los aprendizajes.
- Evaluación de la participación en actividades, proyectos, tutorías.
- Promover estrategias de aprendizaje independiente y autorregulado y orientar al alumno para que adquiera las destrezas necesarias para responsabilizarse de su propio proceso de aprendizaje.
- Crear contextos de aprendizaje colaborativo y desarrollar estrategias en los estudiantes.
- Motivar a los alumnos.
- Eliminar sentimiento de soledad y alejamiento.

Conclusiones

La aplicación de las TIC a acciones de formación bajo la concepción de enseñanza flexible, abren diversos frentes de cambio y renovación a considerar, cambios en las concepciones (cómo funciona en aula, definición de los procesos didácticos, identidad del docente, etc), cambios en las formas de circulación y producción del conocimiento, como así también en los recursos básicos tales como contenidos (materiales, etc), infraestructuras (acceso a redes, etc), uso abierto de estos recursos (accesibles al profesor, alumno) y cambios en las en las propuestas de evaluación de aprendizajes.

Las Tics no suponen, por sí mismas, una garantía de cambio positivo en la Universidad, y a ello se le suman nuevos retos como la modificación de los programas de las asignaturas, buenas prácticas docentes en el uso de las mismas, el control de calidad de los materiales, es así que como docentes universitarios interesados en dar respuestas a grupos de alumnos cada vez más heterogéneos y diversos debemos redefinir nuestro rol y asumir las funciones que implica.

Las instituciones de educación superior deben responder a las demandas actuales de la sociedad y asegurar que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias en el espacio de formación, y en los entornos de trabajo actuales y futuros.

Diseñar acciones de formación supone participar de un conjunto de decisiones logrando el equilibrio entre el modelo pedagógico, los usuarios, según el rol de profesores y estudiante, y las posibilidades de la tecnología.

El diseño de las acciones formativas en entornos virtuales supone la planificación de la intervención docente en un proceso de comunicación educativa en forma de guía, orientación y seguimiento individualizado del trabajo del estudiante durante todo el curso

Decidir una estrategia didáctica consiste en escoger la más adecuada combinación de métodos, medios y técnicas que ayude al alumno a alcanzar la meta deseada del modo más sencillo y eficaz.

Es indudable que los alumnos en contacto con las TIC se benefician de varias maneras y avanzan en esta nueva visión del usuario de la formación. Esto requiere acciones educativas relacionadas con el uso, selección, utilización y organización de la información de forma que el alumno vaya formándose como un maduro ciudadano de la sociedad de la información.

El apoyo y la orientación que recibirá en cada situación, así como la diferente disponibilidad tecnológica son elementos cruciales en la explotación de las TIC para actividades de formación en esta nueva situación, pero en cualquier caso se requiere flexibilidad para cambiar de ser un alumno presencial a serlo a distancia y a la inversa, al mismo tiempo que flexibilidad para utilizar autónomamente una variedad de materiales.

[1]Aprobado mediante Resolución 171/10 del Consejo Superior de la UNPA, disponible en: http://www.unpa.edu.ar/sites/default/files/planes/Profesorado%20para%20la%20Educacion%20Primaria%20%28084%29_Res%20Nro%20171-10%20CS_PE.pdf

[2]Desarrollado en Moodle, versión 2.4.3.

Bibliografía

Duart, J.M. "La motivación como interacción entre el hombre y el ordenador en los procesos de formación no presencial". En J.M. Duart y A. Sangra (Comp.): Aprender en la virtualidad. Barcelona: GEDISA, pp. 87-112

.Ferraté, G. (2003) Els reptes de la societat del coneixement. Artículo publicado en el periódico 20 minutos. Barcelona, 19 de marzo de 2003.

Gisbert, M. (2002): Nuevos roles para el profesorado en entornos digitales, en SALINAS, J. y BATISTA, A. (coord.): Didáctica y Tecnología Educativa para una universidad en un mundo digital, Panamá, Universidad de Panamá, 65-85.

Harasim, L., Hiltz, S. R., Turoff M., Teles, L. (2000). Redes de aprendizaje. Guía para la enseñanza y el aprendizaje en red. Barcelona: Gedisa.

M. Delgado y A. Solano, Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje. Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación, Vol. 9, Num. 2, 2009, pp. 1-21

Mir, J., Reparaz, C., Sobrino, A. (2003): La formación en internet. Un modelos de curso online. Barcelona. Ariel.

Roberts T., Romm C., Jones D. (2000). Current practice in web-based delivery of IT courses. *APWEB2000*. Recuperado de https://davidtjones.wordpress.com/publications/current-practice-in-web-based-delivery-of-it-courses/] Fecha Marzo 2015.

Salinas, J. (1999). El rol del profesorado universitario ante los cambios de la era digital. I Encuentro Iberoamericano de perfeccionamiento integral del profesor universitario. Universidad Central de Venezuela. Caracas, 20-24 de julio.

Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las tics en la enseñanza universitaria. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento. 1 (1) Barcelona (ESPAÑA). Recuperado de [http://www.uoc.edu/rusc/dt/esp/salinas1004.html] Fecha: Marzo 2015.

Salinas, J. (2005). La Gestión de Entornos virtuales de Formación. Netlab. Seminario internacional: La calidad de la formación en red en el espacio europeo de educación superior.

El Cambio Empieza En El Aula. Una Propuesta De Educación Integral De La Persona En La Clase De Matemáticas

Mariangela Borello
Fondazione AVSI México – Liceo G. Bruno (Italia)

Resumen

En el marco del proyecto de Fondazione AVSI "Emergencia educativa en México: formación de los educadores" estamos implementando uno talleres didácticos para docentes de escuela básica y medio superior. Se proponen varias asignaturas y, entre ellas, matemáticas.

En el trabajo desarrollado hemos podido ver como la mayoría de los profesores buscan "recetas" a aplicar en sus aulas, con el fin de sentirse considerados una autoridad de parte de sus alumnos. Al plantear el trabajo de los talleres, el primer elemento a tomar en cuenta consistió en recordar que el alumno es un ser humano tal como lo es el maestro y necesita ser educado, acompañado, a descubrir la realidad que lo rodea y conocer las razones de lo que los adultos le pedimos. También hemos reflexionado acerca de qué es lo que puede mover el interés de los chicos hacia las diversas asignaturas y hemos puesto en evidencia la importancia de la categoría de acontecimiento, mismo que se comunica a través de la pasión del maestro que llega a contagiar al alumno. Para que esta pasión sea real, y no sólo algo emocional, se necesita un trabajo de parte del profesor: un trabajo de razones. A fin de que todo esto pueda ser posible es preciso que el profesor se ponga en juego, vuelva a apropiarse de su propio saber. ¿De qué necesidad humana ha nacido el estudio de este tema? ¿Es la única? ¿Puedo construir una "secuencia didáctica" que lleve a los alumnos a descubrir por sí solos ciertas reglas, asunciones, reflexiones, etc.? Lo que voy a decir en mis clases y lo que pido a mis alumnos ¿basta para desafiarlos? ¿Me desafía a mí, o simplemente es algo que sé repetir bien? En el ámbito del diseño de los talleres de matemáticas hemos trabajado a partir de estas preguntas, colocándolas en el marco de la socioepistemología.

BIBLIOGRAFÍA

Cantoral, R. (2013).*Teoría Socioepisemológica de la Matemática Educativa*. México: Gedisa

Fandño, M. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos.* Bogotá: Editorial Magisterio.

Flores, R. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria.* Tesis de maestría no publicada, Instituto Politécnico Nacional de México, México.

Giussani, L. (2006). *Educar es un Riesgo*. Oaxaca: Almadía.

Peña, P. (2011). *Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar.* Tesis de maestría no publicada, IPN México.

Rigotti, E. (2009). *Conoscenza e significato. Per una didattica responsabile.* Milano: Mondadori Università.

Rigotti, E., Wolfsgruber, C. (2015, Agosto 22). Ragione e libertà: la generazione di un soggetto. [Archivo de video]. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=ymrpOd7Wx0E

Las Gráficas: Una Mirada Socioepistemológica Con Profesores De Educación Básica

Chandomí Hernández Fátima Selene, Hernández Ovando Vanesa, Tapia Culebro Oralia
Facultad de ingeniería
Universidad Autónoma de Chiapas, México.

RESUMEN

En los últimos años se ha saturado al docente con cursos, talleres, diplomados mismos que se han enfocado a reproducir modelos siempre desde una mirada didáctica-pedagógica, sin cuestionar y problematizar el saber. El propósito del trabajo es conocer cómo se construye y vive el concepto de gráfica en la comunidad de Profesores de Educación Básica (PEB) del estado de Chiapas, México. Para entender este proceso utilizamos una situación de aprendizaje; como antecedente para su diseño de la situación de aprendizaje se toma como referencia el trabajo de tesis realizado de Suárez (2008), donde incorpora la tecnología en el salón de clases, a través de ambientes de resolución de problemas. La secuencia está regida por cuatro fases: La *fase de Recreación lúdica con el fenómeno,* donde se realizan una serie de actividades las cuales son: caminar, correr, girar y regresar. En la fase *inicial-exploratoria,* algunos profesores no le encuentran sentido al graficar sus movimientos, otros hacen una representación de sus movimientos plasmando su imagen al realizar las actividades, un mínimo usa el plano cartesiano basándose en los puntos cardinales, otros mediante gráficas de barras, dificultándoseles los conceptos en uso. En la *fase-simulación,* los profesores interactúan con el sensor de movimiento, se cuestionan, argumentan y reflexionan comparando sus gráficas. En la última *fase-Modelación*, es un reto que consiste en observar una imagen y a partir de este describen y realizan los movimientos descritos frente al sensor. Los resultados tienden a mostrar que las matemáticas no se cuestionan, se perciben como verdades absolutas.

Palabras Claves: Gráficas, Profesores de Educación Básica, Socioepistemología, Modelación, Tecnología

Introducción

Actualmente la figura del profesor ha sido juzgada, señalándolo cómo el principal actor de los bajos índices de aprovechamiento escolar, en los últimos años las instituciones responsables de la formación continua dependientes de la Secretaría de Educación Pública han saturado al docente con cursos, talleres, diplomados mismos que se han enfocado a reproducir modelos siempre desde una mirada didáctica-pedagógica, sin cuestionar y problematizar el saber.

Las nuevas tendencias sobre una mirada emergente sobre la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, proponen atender los procesos de formación docente. En la actualidad se han venido realizando un gran número de investigaciones en torno a ello. Toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiera en la escuela sea funcional, es decir, que se integre y se resignifique permanentemente en la vida (fuera de la escuela) para transformarla. El anclaje en el dominio matemático que se observa en las explicaciones y propuestas didácticas, que obliga a explicar la matemática desde la matemática misma, no toma en cuenta los otros dominios científicos ni, sobre todo, las prácticas de referencia que permitieron el surgimiento del conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003). Por lo que es necesario integrar en la matemática escolar aquellas circunstancias que propiciaron, en términos epistemológicos, su aparición, para que su integración en la vida de los profesores y estudiantes sea funcional.

El propósito de la situación de aprendizaje es conocer cómo se construye y vive el concepto de gráfica en la comunidad de Profesores de Educación Básica (PEB) del estado de Chiapas, México. Para entender este proceso utilizamos una situación de aprendizaje; como antecedente para su diseño de la situación de aprendizaje se toma como referencia el trabajo de tesis realizado de Suárez (2008), donde incorpora la tecnología en el salón de clases, a través de ambientes de resolución de problemas. La secuencia está regida por cuatro fases: La *fase de Recreación lúdica con el fenómeno,* donde se realizan una serie de actividades las cuales son: caminar, correr, girar y regresar. En la fase *inicial-exploratoria,* algunos profesores no le encuentran sentido al graficar sus movimientos, otros hacen una representación de sus movimientos plasmando su imagen al realizar las actividades, un mínimo usa el plano cartesiano basándose en los puntos cardinales, otros mediante gráficas de barras, dificultándoseles los conceptos en uso. En la *fase-simulación,* los profesores interactúan con el sensor de movimiento, se cuestionan, argumentan y reflexionan comparando sus gráficas. En la última *fase-Modelación*, es un reto que consiste en observar una imagen y a partir de este describen y realizan los movimientos descritos frente al sensor.

Marco teórico

Actualmente la Socioepistemología, en tanto teoría, postula que para atender la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos (Cantoral, 2011), deberá de problematizar el saber en el más amplio sentido del término, situándole en el entorno de la vida del aprendiz (individual o colectivo) lo que exige del rediseño compartido, orientando y estructurando, al discurso matemático escolar.(Cantoral, 2013). La Socioepistemología es una teoría en el campo de la Matemática Educativa y sus construcciones son elaboraciones teóricas que poseen base empírica. Esta teoría busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico para transformarlo. La investigación de corte Socioepistemológico identifica como prácticas el medir, predecir, modelar y convenir (Cantoral, 2013). La Socioepistemología tiene un aporte fundamental: modela la construcción social de conocimiento matemático conjuntamente con su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas del saber o conocimiento puesto en uso. La investigación en Matemática Educativa con orientación Socioepistemológica, inicia con este particular tratamiento del saber. Se lo construye, reconstruye, significa y resignifica, se lo ubica en el tiempo y el espacio, se lo explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien lo usa: se posiciona a la opción constructiva en la perspectiva histórica, cultural e institucional para que, en definitiva, se lo rediseñe con fines didácticos. Esto es, el saber se problematiza: historiza y dialectiza, con intencionalidad. (Cantoral, 2013).

Para entender este proceso utilizamos una situación de aprendizaje; Como antecedente para la situación de aprendizaje consideramos el trabajo de tesis realizado de Suárez (2008), donde ha incorporado la tecnología en el salón de clases a través de ambientes de resolución de problemas.

Suárez (2008) en los resultados de su investigación titulada "Modelación – Graficación". Una categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un estudio Socioepistemológico" da evidencia de las formas de uso de las gráficas a partir de la caracterización de los significados y los procedimientos que los participantes ponen en juego al establecer las relaciones entre las gráficas de la posición y la velocidad en una situación de cambio donde los participantes establecen la forma, construyen los argumentos y los ponen en funcionamiento. Dentro de su investigación se adopta a la modelación como una construcción Teórica, que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos.

Metodología

La situación de aprendizaje consta de cuatro fases:

Fase I. Recreación lúdica con el fenómeno, (interacción social).

En esta fase a través de un circuito motriz los Profesores de Educación Básica (PEB) (formados en equipos) realizan las actividades al aire libre del:

- Trayecto 1 (línea de salida al punto 1) Actividad: Caminar.

- Trayecto 2 (del punto 1 al punto 2) Actividad: correr.
- Trayecto 3 (del punto 2 al punto 4) Actividad: Caminar al punto 3 (Esperar 5 segundos y posteriormente) Correr al punto 4.
- Trayecto 4 (del punto 4 al punto 5) Actividad: Caminar al obstáculo 5, al llegar dar un giro completo sobre su propio eje, y regresar corriendo de espaldas al obstáculo 4.

Fase II. Inicial – Exploratoria.

Esta fase se realiza en el aula, donde los profesores dibujan las gráficas de sus movimientos que realizaron en el circuito motriz (caminar, correr, etc.).

Fase III. Simulación. (Interacción con el fenómeno)

En esta fase los profesores interactúan con el sensor de movimiento y tomando en cuenta el alcance del mismo se realiza el movimiento de cada uno de los trayectos de la fase I, colocándose frente al sensor, estas interacciones tienen la intención de que los profesores exploren y observen para posteriormente, argumentar y discutir las gráficas que se obtuvieron contrastándolo con las anteriores (fase II); que van de la situación a la simulación y de nuevo a la situación (situación – simulación – situación).

Fase IV. Modelación

En esta fase se pretende que los profesores participen en el reto que propone la situación de aprendizaje, el cual consiste en observar una imagen y a partir de este describir y realizar los movimientos descritos frente al sensor, donde visualizarán, argumentarán y establecerán sus movimientos para obtener el movimiento reflejado en la imagen.

Reflexiones

Hasta este momento los resultados tienden a mostrar que las matemáticas no se cuestionan, se perciben como verdades absolutas, ven las gráficas como parte de un curriculum que hay que cumplir. Se conciben que las matemáticas se crean en la escuela y se recrean fuera de ella; desde una mirada socioepistemológica las matemáticas son un elemento “vivo”, y no se inventaron para ser enseñadas y sin embargo se enseñan (Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes. 2015). En este momento cuando se problematiza el saber matemático “hacer del saber un problema” se perciben las concepciones que tienen en torno a su uso y la aplicación que se destina en el ámbito escolar, se confrontan con el objeto matemático (uso de gráficas).

Los Profesores de Educación Básica (PEB) no le encuentran sentido al uso de la gráfica porque lo ven aislado de la realidad, en la fase de simulación logran visualizar los conceptos que están relacionados con el movimiento al mismo tiempo, los PEB se conflictuaron con la construcción de una gráfica tales como; punto de referencia (origen) y los ruidos del sensor (formas de caminar). En la fase de modelación, proponen los diferentes movimientos de acuerdo a las imágenes dadas; en su mayoría los PEB lograr construir su modelo sin embargo la minoría siguen concibiendo el saber cómo absoluto y verdadero.

La enseñanza de las matemáticas obtendría provecho de las investigaciones sobre el pensamiento matemático y sobre las formas en que se concibe al conocimiento matemático y a su construcción, si estas fuentes epistemológicas – fuentes sobre la construcción del conocimiento – fuesen analizadas a detalle. En la enseñanza actual, estos hechos suelen ser desconocidos tanto por los profesores como por los diseñadores de currículo o los autores de libros de texto, de manera que con frecuencia se corre el riesgo de perder un amplio espectro de posibilidades para enriquecer la acción didáctica. (Farfán, 2012).

En las reflexiones finales del término de la secuencia observamos el fenómeno de empoderamiento, Daniela Reyes (2011), en los resultados de su investigación titulada “Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas" da evidencia de que el proceso de empoderamiento, mediante la transición de la problematización del saber matemático a la construcción de herramientas para el saber didáctico, genera en el docente una actitud de liderazgo, confianza y autonomía que se traduce en una mejora en el desempeño profesional.

Referencias Bibliográficas

Cantoral, R (2011). Fundamentos y métodos de la Socioepistemología. Simposio en Matemática Educativa, 22-26 agosto, México: CICATA del IPN

Cantoral, R (2013) Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. Barcelona, España: Gedisa.

Cantoral, R., Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Internacional Thomson, México. Vol. 6, Núm. 1, 27 – 40.

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes, D (Marzo de 2015). El programa Socioepistemológico de investigación en matemática educativa: el caso de Latinoamérica. Relime, Vol.18 (1), 5-17.

Dolores, C., García, M., Hernández, J., & Sosa L. (2014). Matemática educativa: la formación de profesores. México: Díaz de santos.

Farfán, R. (2012). El desarrollo del pensamiento matemático y la actividad docente. Barcelona, España: Gedisa.

Reyes,D. (2011). Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de Matemáticas. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Suárez, L. (2008) Modelación – Graficación: Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico. (Tesis de doctorado publicada) Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN, Unidad Distrito Federal, Departamento de Matemática Educativa.

Diseño De Un Ambiente Para Promover La Participación De Los Profesores En Un Curso Online. El Caso De La Formación En/Para La Modelación Matemática

Mónica Marcela Parra-Zapata, Jonathan Sánchez-Cardona, Jhony Alexander Villa-Ochoa
monica.parra@udea.edu.co, jonathan.sanchezc@udea.edu.co, jhony.villa@udea.edu.co
Universidad de Antioquia, Colombia

Resumen

En este artículo presentamos el diseño propuesto para una sesión sobre modelación matemática de un curso de formación de profesores en modalidad online. La propuesta se fundamenta en promover la participación en las diversas dinámicas sincrónicas y asincrónicas del espacio de formación. En el desarrollo de la sesión los estudiantes de maestría en formación interactuaron en la plataforma Moodle y WizIQ, además se vincularon a la dinámica de la herramienta tecnológica Google Drive para realizar una tarea de modelación matemática. Las consideraciones teóricas empleadas están en relación con la modelación matemática en la formación de profesores y la participación. En la formación de profesores reconocemos la modelación matemática a partir de las posibilidades que ofrece para los aprendizajes que logran los estudiantes frente a las matemáticas, para la comprensión de los fenómenos y de los contextos en los cuales emerge. La participación la asumimos como recurso relevante del aprendizaje online puesto que permite a los estudiantes hacer parte del proceso y por tanto reconocer los roles y las voces de los actores a partir de la visibilidad, la interactividad, las interacciones y las contribuciones.

Palabras clave: participación, modelación matemática, formación posgraduada de profesores, ambientes online.

1. Introducción

Hablar de formación para profesores en un ambiente online exige el reconocimiento de nuevas herramientas, escenarios y actuaciones tanto de quienes realizan el papel de formadores como de aquellos que asumen el proceso formativo. Este tipo de procesos ponen de relieve la continuidad en la formación, la participación en diversas experiencias, la interacción con pares, la reflexión y la construcción de conocimiento de forma colaborativa (Gros y Silva, 2005).

Actualmente a nivel internacional hay un creciente interés por proponer acciones para que la formación posgraduada contribuya al desarrollo profesional de los profesores. En Colombia, México y Brasil, por ejemplo, se han diseñado programas de “maestría profesionalizante” en los que a través de Internet se ofrecen alternativas para facilitar el acceso, flexibilizar el desarrollo curricular y aprovechar los diferentes opciones que ofrece la Internet para promover la producción de conocimiento necesario para desempeñarse profesionalmente en las matemáticas escolares.

Conforme proponen Borba y Llinares (2012) la formación de profesores de matemáticas en ambientes online es una área de investigación emergente en la que los autores han identificado temáticas en las cuales no hay aún suficiente investigación, a saber: redes y comunidades de profesores en ambientes online, sostenibilidad de esas comunidades y tipos de estructuras organizacionales, prácticas de producción/construcción de conocimiento en las interacciones, mediadas tecnológicamente, en grupos de trabajo.

En relación con el último tema, es nuestro interés estudiar la participación que se genera en los colectivos de profesores cuando se disponen a trabajar en ambientes online; para ello, es importante considerar en el diseño de estos ambientes, espacios que promuevan la participación de los diferentes actores.

En este artículo presentamos el diseño de un ambiente en el que se promueve la participación de los profesores en un curso online. El curso en referencia estuvo orientado a la formación posgraduada de profesores de matemáticas, en particular, el diseño lo implementamos en la temática de formación de profesores en/para la modelación matemática.

2. Consideraciones teóricas en el diseño del ambiente

2.1 Algunos aspectos acerca de la modelación matemática en la formación de profesores

En la literatura internacional es posible reconocer las posibilidades que ofrece la modelación matemática en cuanto a los aprendizajes que logran los estudiantes frente a las matemáticas, la comprensión de los fenómenos y de los contextos en los cuales esa modelación emerge. A pesar de ello, también se reconoce que es necesario más investigación empírica que se centre en los procesos de formación de profesores para que usen modelos e integren la modelación matemáticas en sus prácticas de enseñanza en el aula de clase (Villa-Ochoa, 2015).

Como una manera de comprender los aspectos relacionados con la integración de la modelación matemática en las aulas clase, Lingefjärd (2007) llama la atención sobre la complejidad de la redes de conocimientos que deben poseer los profesores. Reconocer la naturaleza compleja de estas redes de conocimiento implica que sus desarrollos trasciendan las maneras en que los profesores aprenden y enseñanza otras disciplinas como el cálculo, el álgebra lineal o la geometría. Lingefjärd (2007) concluye que la formación en modelación matemática por parte de los futuros profesores es una tarea difícil, inclusive cuando los profesores están interesados en el tema, a pesar de esto resalta que ellos deben dominar el uso apropiado de las nuevas tecnologías, así como el manejo de la enseñanza y la evaluación en la modelación matemática.

La tarea de formar profesores de matemáticas en/para la modelación matemática adquiere mayores desafíos cuando se reconocen las dificultades que tiene su integración en el aula de clase, entre ellas: la creencia de los profesores de que la modelación matemática es menos útil que otras ramas de las matemática (Lingefjärd, 2007); las altas demandas matemáticas, pedagógicas y personales que la modelación impone a los profesores (Niss, 2001) y las relaciones entre el profesor y el trabajo, la escuela, el currículo, y la modelación matemática en sí (Silveira y Caldeira, 2012). Este tipo de consideraciones ponen de relieve necesidades de formación de los profesores (al menos en los reportados por las investigaciones) de tal manera "vivan" experiencias de modelación durante su formación y les permitan a futuro hacer frente a los diferentes obstáculos que se encontrarán en sus prácticas escolares.

2.2 Participación

Conforme mencionamos en las líneas anteriores, es necesario que los profesores se enfrentan a experiencias en las que "vivan" formas de hacer modelación matemática, reconozcan las posibilidades y limitaciones que ofrece, reflexionen y diseñen formas en que ella se podría integrar en las aulas de clase. Este tipo de necesidades sugiere que el diseño de los ambientes para la formación de profesores supere prácticas convencionales que se agotan en *lecturas de las experiencias de otros y conjeturan acerca de su transferencia a sus propios contextos*. En nuestra visión de formación de profesores, los ambientes, deben incluir además de lo anterior, experiencias en las que los profesores se relacionan con la matemática y la "vivan" a través de la modelación matemática. En ese sentido, el diseño de estos ambientes debe estar fundamentado en la *participación* de los actores en los diferentes momentos de la experiencia de formación.

La participación es un concepto que ha cobrado sentido en muchos espacios sociales y educativos; Gordillo (2006) destaca que en un sentido social, participar implica hacer parte en diferentes situaciones. *Hacer parte* es implicarse en la democracia en la vida cotidiana, como consumidores, como habitantes de una ciudad o comunidad rural, como usuarios de servicios, como miembros de asociaciones, como responsables de nuestro quehacer profesional, entre otros.

Al modelar matemáticamente *la participación* se torna importante porque ofrece una comprensión de los diferentes roles y voces de los actores [en este estudio profesores de matemáticas y sus formadores], de las diferentes maneras como ellos actúan con el conocimiento matemático, con el contexto, con sus compañeros y con el profesor (Parra-Zapata, 2015).

De acuerdo a lo anterior, en este artículo comprendemos la participación en ambientes online en términos de la visibilidad, la interactividad, las interacciones y las contribuciones.

La visibilidad se reconoce como la cantidad de veces que el usuario se conecta, pero que se manifiesta en términos de la calidad y el contenido de la participación, de la influencia y de las contribuciones que realiza a la comunidad (Malinen, 2015).

La interactividad es entendida como la relación comunicativa que establecen dos o más personas, mediadas por un entorno digital. Esta interactividad se distingue en dos tipos, a saber: *la interactividad selectiva* que se da entre el usuario y los contenidos y la *interactividad comunicativa* que se establece entre individuos (Rost, 2004).

La interacción es la acción de socializar ideas y compartir con los demás puntos de vista, conocimientos, reflexiones, sentimientos, hallazgos y posturas con respecto a un objeto de estudio. Cabe aclarar que la interacción no consiste simplemente en un mensaje y una respuesta, sino en una serie de discusiones espontáneas y coherentes entre estudiantes, con o sin la participación del profesor, para lo cual es necesario que la actividad se oriente a fomentar el análisis de diversos puntos de vista y la toma de posición al respecto (Parra-Zapata, 2015).

Las contribuciones se conciben como los aportes a las discusiones y a la actividad que se realiza, estas van más allá de “estoy de acuerdo” o “no me parece”; y se vinculan mucho más con los aportes productivos, que agregan valor a lo que se discute, que ayudan a otros a expresar lo que piensan y a explorar nuevas áreas (Parra-Zapata, 2015).

3. El diseño del curso y del ambiente

En el marco de un programa de formación posgraduada de profesores de matemáticas en un ambiente online, se llevó a cabo un curso con estudiantes de maestría de dos reconocidas universidades de Brasil y Colombia. El curso se desarrolló en ocho sesiones sincrónicas en las que se utilizaron la plataforma WizIQ y Moodle que incluyeron también algunas horas de trabajo asincrónico. El curso se estructuró en seis temáticas, una de ellas fue la modelación matemática.

La sesión correspondiente a la temática de modelación matemática fue diseñada por un equipo de cinco profesores-investigadores (autores de este texto), con el ánimo de promover la *participación* de los estudiantes (profesores estudiantes de maestría) en las diversas dinámicas que consideró el espacio de formación.

El desarrollo de la sesión se llevó a partir de intervenciones asincrónicas y sincrónicas. La intervención asincrónica se realizó durante dos semanas, una previa y otra posterior a la sesión sincrónica. Durante ese tiempo los estudiantes, debieron realizar tres actividades con base en la lectura del texto Meyer, Caldeira, Malheiros (2011):

1. El análisis de dos videos en los que otros estudiantes relataron sus experiencias de modelación a través de proyectos (Teia da aranha. Uma relação intrínseca da Biologia com a matemática. https://www.youtube.com/watch?v=kKzQgftpZnE. Modelación matemática en la redistribución espacial de una vivienda. ttps://www.youtube.com/watch?v=sbgJNXc_tbw)
2. La construcción de dos Wikis, una orientada a aquellos estudiantes cuyo interés fuera la investigación en la modelación matemática y la segunda

orientada a los estudiantes quienes estuvieran motivados por su rol como profesores que usan la modelación matemática.

3. El análisis de un conjunto de tareas de modelación que obedecían a la siguiente estructura: realización de la tarea, discusión frente a la naturaleza de la tarea, implicaciones para el aula de clase y gestión de la clase. Estas tareas se dispusieron en un documento de Google Drive y se autorizaron a los equipos de trabajo para que desarrollaran sus discusiones a través de la misma herramienta.

Tales actividades se llevaron a cabo en la plataforma Moodle del curso y fueron el referente de discusión para la intervención sincrónica.

La intervención sincrónica se desarrolló a través del formato proporcionado por la WizIQ y se apoyaron las actividades con herramientas como Foros (Moodle) y trabajos en grupo a través de Google Drive. La intervención sincrónica tuvo una duración de cuatro horas (20 minutos de receso en el intermedio de la sesión); el trabajo se estructuró en tres momentos. El primero de ellos se dedicó a la valoración del trabajo realizado durante la semana anterior de forma asincrónica, es decir, sobre sus participaciones en las tres actividades descritas anteriormente, a la luz de ello, se presentaron algunas ideas para aclarar y discutir acerca del rol de la modelación matemática en las aula de clase. El segundo momento, se dedicó a analizar y reflexionar sobre el uso de los contextos en los que se hace modelación matemática y sus implicaciones para el aula de clase. El tercer momento se ocupó de desarrollar la tarea de análisis del modelo de crecimiento fetal (Villa-Ochoa, 2014) y finalmente se desarrolló un proceso evaluativo de la sesión.

En la Tabla 1 se presenta un resumen de las actividades que se llevaron a cabo en las intervenciones asincrónica y sincrónica y se enuncia el propósito de la participación en cada una de ellas.

Tabla 1. Resumen de actividades sincrónicas y asincrónicas

<table>
<tr><td colspan="3">Intervención asincrónica</td></tr>
<tr><td colspan="3">La participación en esta actividad se genera a partir de la oportunidad de familiarización con las herramientas, los contenidos y los demás participantes.</td></tr>
<tr><td>Actividad</td><td>Herramienta</td><td>La participación en las actividades se proponen como</td></tr>
<tr><td>Visualización de videos</td><td>Plataforma Moodle
YouTube</td><td rowspan="3">• Desencadenar y explorar ideas.
• Motivación para realizar intervenciones.
• Intercambio de información.
• Revisar las contribuciones de los otros.
• Tomar decisiones de acuerdo a lo que se dialoga.
• Trabajo en equipo.</td></tr>
<tr><td>Construcción de Wikis</td><td>Plataforma Moodle</td></tr>
<tr><td>Desarrollo de taller</td><td>Plataforma Moodle
Documentos de Drive
Otros (emergieron de la necesidad de comunicación de los estudiantes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Intervención sincrónica</td></tr>
<tr><td colspan="3">La participación en esta actividad se genera a partir de espacios que posibilitan a los profesores la reflexión, el diálogo, y la toma de decisiones acerca de la modelación matemática.</td></tr>
<tr><td>Actividad</td><td>Herramienta</td><td>La participación en las actividades se proponen como</td></tr>
<tr><td>Elementos teóricos que sustentan la modelación matemática</td><td>Herramientas de WizIQ: chat, compartir palabra y lápiz</td><td rowspan="3">• Desencadenar y explorar ideas.
• Motivación para realizar intervenciones.
• Construir significados a través de la comunicación.
• Intercambio de información.
• Revisar las contribuciones de los otros.
• Tomar decisiones de acuerdo a lo que se dialoga.
• Trabajo en equipo.
• Relacionarse con la experiencia.</td></tr>
<tr><td>El uso de los contextos en la modelación matemática</td><td>Herramientas de WizIQ: chat y lápiz</td></tr>
<tr><td>La modelación matemática y su convergencia sobre las líneas de trabajo</td><td>Herramientas de WizIQ: chat y lápiz

Documentos de Drive

Chat de Drive
Foro en Moodle</td></tr>
</table>

4. El ambiente de trabajo en las tareas y sistemas de tareas

En la Tabla 1 presentamos el conjunto de tareas bajo las cuales se diseñó la sesión de trabajo en torno a la modelación matemática. Observar las tareas permite comprender los roles y voces de los estudiante, las diferentes maneras como actuaron con el conocimiento matemático al modelar matemáticamente.

La participación en línea está conectada a muchos resultados positivos, ya que indica una mayor lealtad de los miembros y la satisfacción con la comunidad en línea como lo indica Malinen (2015). Para este proceso investigativo la participación, en ambientes online, se reconoció como la relación entre la persona y el entorno digital. Relación que se manifiesta en la visibilidad, la interactividad, las interacciones y las contribuciones a partir del desarrollo de las actividades se percibió que la tarea o situación propuesta ofreció un nuevo conocimiento o una nueva perspectiva de uno que ya se conoce producto de una problematización que, en algunos casos, se soluciona con el trabajo colectivo para lograr una discusión grupal, aunque en algunos momentos es la discusión, se dinamizan problematizaciones.

Los trabajos en equipo y la discusión grupal permitieron a los estudiantes cuestionarse en relación con lo aprendido y con aspectos de la actividad matemática, la forma como se movilizan los aprendizajes, el uso de las herramientas tecnológicas, la implementación y la gestión de este tipo de actividades en el aula de clase, las ventajas y las limitaciones de la experiencia, entre otras.

A las características descritas se le denomina en esta investigación el ambiente de trabajo para el desarrollo de una tarea y se ilustran en la Figura 1.

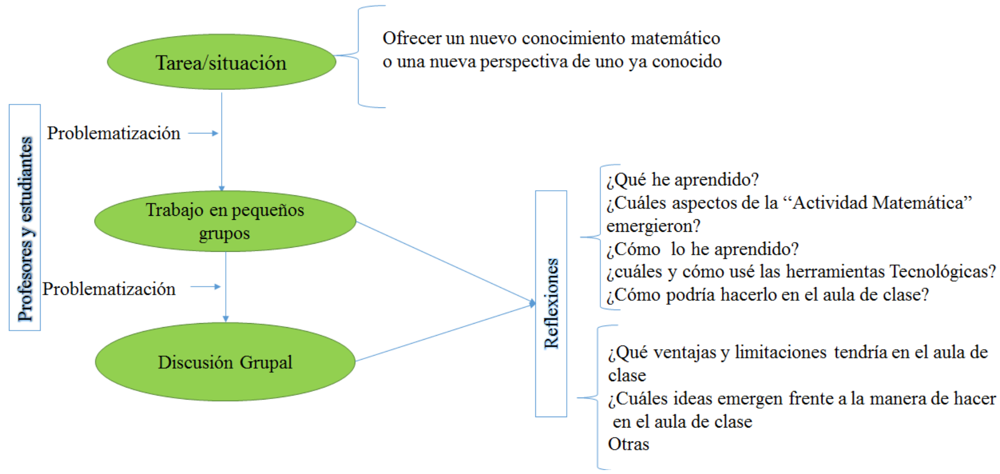


Figura 1. Ambiente de trabajo para el desarrollo de una tarea

El escenario descrito posibilitó discutir algunos asuntos acerca de la modelación matemática y por tanto analizar la participación de los estudiantes.

Agradecimientos

Agradecimientos a los profesores Paula Andrea Rendón-Mesa y Juan Fernando Molina-Toro quienes fueron coautores de esta propuesta. Al Departamento Administrativo de Ciencias, Tecnología e Innovación-COLCIENCIAS y al Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior-CAPES (Brasil) por la financiación del proyecto "La formación posgraduada de profesores de Matemáticas en un ambiente online" contrato 282-2014.

Referencias

Borba, M., & Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. *ZDM-The Mathematics Education*, 44(6), 697-704.

Gros, B., & Silva, J. (2005). La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 36(1), 1-13.

Lingefjärd, T. (2007). Mathematical Modelling in Teacher Education — Necessity or Unnecessarily. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 333–340). New York: Springer. Doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_35

Malinen, S. (2015). Understanding user participation in online communities: a systematic literature review of empirical studies. *Computers in Human Behavior*, 46(22), 8–38.

Martín, M. (2006). Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de Educación,* 42(Especial), 69-83.

Meyer, J. F. D., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Niss, M. (2001). Issues and Problems of Research on the Teaching and Learning of Applications and Modelling. En João Filipe Matos, Werner Blum, Ken Houston & Susana Paula Carreira (Eds.). *Modelling and Mathematics Education. International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA 9: Applications in Science and Technology*, 72-89. Chichester: Horwood Publishing

Parra-Zapata, M. (2015). *Participación* de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. (Tesis de maestría no publicada). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Rost, A. (2004). Pero, ¿de qué hablamos cuando hablamos de interactividad? Paper present at *Congresos ALAIC/IBERCOM.* La Plata -Argentina. 12 al 15 de octubre de 2004

Salvat, B. G., y Quiroz, J. S. (2005). La formación del profesorado como docente en los espacios virtuales de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, *36*(1), 3.

Springer US.

Silveira, E., y Caldeira, A. D. (2012). Modelagem na sala de Aula: resistências e obstáculos. *Bolema,* 26(43), 1021-1047

Villa-Ochoa, J. A. (2014). Situaciones de modelación matemática. Algunas reflexiones para el aula de clase. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 9(12), 281-290

Villa-Ochoa, J. A. (2015-En prensa). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, *8* (16), Doi: 10.11144/Javeriana.M8-16.MMPE

¿Qué Podemos Aprender De Nuestros Estudiantes? Reflexiones En Torno Al Uso De Las Gráficas

José David Zaldívar Rojas

En esta conferencia se discutirá la lectura, interpretación y construcción de gráficas, cuando éstas modelan situaciones de movimiento usando recursos tecnológicos. Nuestro análisis se centra en *problematizar a la gráfica* desde su *uso*, lo cual significa descentrar nuestra mirada del nivel representacional de dichas gráficas y reflexionar sobre su *funcionalidad*, a través de las argumentaciones que los participantes elaboran alrededor de una situación específica.

Nuestra reflexión surge a partir de reconocer que el discurso Matemático Escolar (dME) y su conformación, produce un *fenómeno de Opacidad* hacia el *cotidiano del ciudadano* (Zaldívar, 2014). Lo anterior significa que el dME al centrarse en la mera transmisión de *objetos* matemáticos (Cantoral, 2013), opaca otras funciones del conocimiento y *formas culturales de saberes que son social e históricamente conformadas en ámbitos de la actividad humana* y que se organizan bajo mecanismos de construcción social. De manera particular, discutiremos los usos de las gráficas en situaciones de Modelación-Graficación (M-G) (Suárez & Cordero, 2010) dentro de talleres de divulgación científica.

Con respecto a lo anterior, afirmamos que cuando el uso de las gráficas incorpora elementos como la *variación, la tendencia* y *puntos de referencia*, dicho uso se resignifica progresivamente. A través de la implementación de una situación de modelación del movimiento, resaltamos que la *búsqueda de la permanencia* (búsqueda de invariantes) en las cosas que varían es parte de la actividad humana relativa a una significación del movimiento relativo, dada la situación específica. Para ello, el uso de la gráfica integra patrones de comportamiento relacionados con *Trayectorias* y *Curvas,* que posteriormente pueden llegar a constituirse en gráficas cartesianas. No obstante de la importancia de estas argumentaciones, estos usos aparecen opacos en el dME e incluso son considerados *errores* conceptuales.

Nuestros resultados conforman así un marco de referencia para el uso de la gráfica desde el cotidiano del ciudadano. Donde lo “cotidiano” implica más que sólo el “sentido común” de las personas, sino que es una categoría que expresa una función del conocimiento matemático alternativa que permitiría un rediseño del dME desde la funcionalidad.

Bibliografía

Cantoral, R. (2013). Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. España: Gedisa.

Suárez, L. & Cordero, F. (2010). Modelación-Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13(4-II), p. 319-333.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. (Tesis inédita de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.