POSGRADO en línea de MATEMÁTICA EDUCATIVA

Avances En Matemática Educativa

El profesor investigador

No 6

ALEJANDRO MIGUEL ROSAS MENDOZA

Lectorum

PROGRAMA EDITORIAL DEL

PROGRAMA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

PROME

AVANCES EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

EL PROFESOR INVESTIGADOR

NO. 6

Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Editor

Lectorum

POSGRADO en línea de MATEMÁTICA EDUCATIVA

Avances en Matemática Educativa. El profesor investigador.

D. R. © Editorial Lectorum, S. A. de C.V., 2016
Batalla de Casa Blanca Manzana 147 Lote 1621
Col. Leyes de Reforma, 3ª Sección
Tel. 5581 3202
www.lectorum.com.mx
ventas@lectorum.com.mx

Programa de Matemática Educativa
www.matedu.cicata.ipn.mx

Primera Edición: Agosto de 2017
ISBN: 978607457670-2

Corrección Ortográfica y de Estilo: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza
Logística y Edición: Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza
Diseño de Portada: Ing. Fausto Manuel Hernández Sierra

Hecho en México

ARBITRAJE DE LOS ARTÍCULOS

Los artículos contenidos en este libro surgieron de entre 54 propuestas originales, cada propuesta fue evaluada tres veces por al menos dos miembros diferentes del Comité Científico Evaluador. En este proceso de arbitraje hubo artículos cuyo contenido o calidad de exposición no fueron aprobados por alguno de los revisores y por ello no pudieron ser incluidos en este libro.

Finalmente, también se rechazaron algunos artículos debido a que su contenido incluía secciones de obras de terceros sin las correspondientes citas y reconocimientos.

Entre las revisiones realizadas se incluyó la del formato APA para las citas y referencias bibliográficas.

El Comité Científico Evaluador estuvo formado por profesionales de la educación de diversas instituciones educativas pertenecientes a México, Argentina y Uruguay.

Comité Científico Evaluador

M.C. ESTEBAN PABLO DIAZ
DESARROLLADORA INDUSTRIAL MDI
S.A. DE C.V.
VERACRUZ
MÉXICO

DR. ISAIAS MIRANDA VIRAMONTES
CICATA-LEGARIA
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CIUDAD DE MÉXICO
MÉXICO

M.C. JUAN GABRIEL MOLINA ZAVALETA
CICATA-LEGARIA
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CIUDAD DE MÉXICO
MÉXICO

M.C. MARÍA DE LOURDES QUEZADA BATALLA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y CIENCIAS BÁSICAS
INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE MONTERREY
ESTADO DE MÉXICO
MÉXICO

ESP. LIC. MARIO DI BLASI REGNER
DEPARTAMENTO DE MATERIAS BÁSICAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL GENERAL
PACHECO
BUENOS AIRES
REPÚBLICA ARGENTINA

M.C. PATRICIA EVA BOZZANO
LICEO "VÍCTOR MERCANTE"
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
LA PLATA, BUENOS AIRES
REPÚBLICA ARGENTINA

DR. RAQUIEL RUFINO LOPEZ MARTÍNEZ
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD VERACRUZANA
VERACRUZ
MÉXICO

M.C. RODOLFO FLORES
TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE
CUAUTITLAN IZCALLI
CUAUTITLAN IZCALLI
ESTADO DE MÉXICO
MÉXICO

M.C. RUBÉN DARÍO ACOSTA SANTIAGO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y CIENCIAS BÁSICAS
INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY
ESTADO DE MÉXICO
MÉXICO

Índice

ANÁLISIS DE LOS ELEMENTOS QUE INTEGRAN LA EVALUACIÓN DOCENTE

Edith Ariza Gómez, Jorge Oscar Rouquette Alvarado
eariza@correo.xoc.uam.mx, joscar@correo.xoc.uam.mx
Universidad Autónoma Metropolitana, Universidad Autónoma Metropolitana

Resumen

La evaluación en todos los niveles educativos, orienta el buen funcionamiento del sistema, ya sea para evaluarlo en su totalidad o para verificar el cumplimiento de los objetivos y metas a cubrir por cada uno de los actores involucrados en el proceso.

Para cualquier evaluación se deben tener muy claros los fines de la educación, que entre otros, consisten en mejorar la actividad didáctica y pedagógica de los docentes, promover la profesionalización, establecer políticas para fortalecer la calidad educativa y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. En el contexto de la educación universitaria y particularmente en el área de las matemáticas, se manifiesta la idea marcada de la implementación de modelos de evaluación docente, que generalmente tienden a reducir este proceso en verificar si cada uno de los actores cumple su función administrativa.

Con el fin de analizar los elementos involucrados en la evaluación docente, en la Universidad Autónoma Metropolitana, utilizamos como marco de referencia los ejes de análisis planteados en el Enfoque Ontosemiótico: epistémico, cognitivo, afectivo, interaccional, mediacional y ecológico. Consideramos que dicho modelo permite un estudio que aporta una explicación a los fenómenos didácticos que suelen darse en el aula y que se han puesto de manifiesto desde diferentes marcos teóricos (Godino 2002).

En este estudio se analizan los resultados de la encuesta de Evaluación docente que se aplica en la séptima semana a los estudiantes del

Tronco Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades en la Universidad Autónoma Metropolitana.

Los resultados permitieron identificar algunos elementos que están presentes y ausentes en la autoevaluación de los alumnos y conocer la valoración de la actividad docente por parte de los estudiantes.

Palabras clave: Evaluación, Enfoque Onto-semiótico, Matemáticas, Desempeño, docente y alumno.

Introducción

En el ambiente educativo se vive una época de cambios constantes los cuales ocurren a velocidades vertiginosas, donde la evaluación de desempeño docente es además un elemento para la construcción del conocimiento del proceso educativo.

La evaluación en todos los niveles, orienta el buen funcionamiento del sistema educativo, ya sea para evaluar el sistema en su totalidad o para verificar el cumplimiento de los objetivos y metas a cubrir por cada uno de los actores involucrados en el proceso.

Para cualquier evaluación se deben tener muy claros los fines de la educación, que entre otros, consisten en mejorar la actividad didáctica y pedagógica de los docentes, promover la profesionalización, establecer políticas para fortalecer la calidad educativa y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. En el contexto de la educación universitaria y particularmente en el área de las matemáticas, se manifiesta la idea marcada de la implementación de modelos de evaluación docente, que generalmente tienden a reducir este proceso en verificar si cada uno de los actores cumple su función administrativa.

Según Silva y Carrera (2003), la evaluación consiste en captar elementos de nuestro actuar docente que reflejan modos de comprender y regular nuestra práctica. Desde esta perspectiva, el reto es cómo plantear la evaluación en las matemáticas para que sea un instrumento valioso para evaluar todos los elementos y a los actores que están involucrados en el proceso educativo.

Con el fin de identificar los elementos involucrados en la evaluación docente, en la Universidad Autónoma Metropolitana, utilizamos como marco de referencia los ejes de análisis planteados en el Enfoque Ontosemiótico: epistémico, cognitivo, afectivo, interaccional, mediacional y ecológico (Godino, 2002).

Consideramos que dicho modelo permite un estudio que aporta una explicación a los fenómenos didácticos que suelen darse en el aula y que se han puesto de manifiesto desde diferentes marcos teóricos.

En este estudio se analizan los resultados de la encuesta de evaluación docente que se aplica en la séptima semana de clases a los estudiantes del Tronco Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades (CSH) en la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM).

Los resultados permitieron identificar algunos elementos que están presentes y ausentes en la autoevaluación de los alumnos y conocer la valoración de la actividad docente por parte de los estudiantes.

Antecedentes

Se tiene que las teorías que configuran el enfoque Ontosemiotico son:

a) La Teoría de los significados sistémicos donde cada sistema está formado por componentes, y estos a su vez pueden descomponerse en otros más pequeños (Godino y Batanero, 1994).

b) La Teoría de las funciones semióticas, que considera a los objetos matemáticos como entidades que surgen al realizar sistemas de prácticas correspondientes a un campo de problemas. Así, los objetos matemáticos se definen como "emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas" (Godino, 2003).

c) La Teoría de las Configuraciones didácticas**, e**s la que modela la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto por seis fases: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica, con sus respectivas trayectorias y estados potenciales.

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes propuestos (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009).

Metodología

Se efectuó el análisis de la información de la encuesta trimestral que se aplica en la séptima semana de clases a todos los estudiantes de la UAM, localizados en el Tronco Divisional de CSH, durante los trimestres del periodo 2005 - 2009.

Este instrumento es un elemento esencial que refleja las acciones que se consideran prioritarias en la docencia, con el fin de detectar las percepciones de los estudiantes sobre el desempeño docente.

La encuesta está dividida en tres secciones: nivel de autoevaluación (alumno), nivel Organizativo (docente) y nivel de desempeño (docente).

Todas las preguntas clasifican las respuestas en una Escala de Lickert con respuestas asociadas a: Siempre, Casi siempre, Frecuentemente, En ocasiones y Nunca (Briones, 1995).

Cada una de las preguntas se enmarcaron en los ejes de análisis del enfoque Ontosemiótico, utilizando de cada fase sus indicadores: epistémico, cognitivo, afectivo, interaccional, mediacional y ecológico (Godino, 2002).

Además se presenta en cada fase las acciones necesarias a realizar por el docente y alumno ideal.

Resultados

Como se menciona con anterioridad, la estructura de la Encuesta está dividida en tres secciones: una sección de autoevaluación del estudiante, y las otras dos que evalúan el nivel de organización y el desempeño docente.

En el nivel de autoevaluación se observa que el 66.7% de las preguntas de la encuesta corresponden a la fase afectiva, el 16.65% a la fase interaccional y el restante 16.65% a la fase mediacional. No se visualizan preguntas relacionadas con las fases epistémica ecológica ni cognitiva, es decir no se le pide al estudiante que evalúe los elementos propios de las matemáticas.

Sobre el nivel de organización del docente, un 60% de las preguntas corresponden a la fase ecológica.

En cuanto al nivel de desempeño, el 37.5% de las preguntas corresponden a la fase interaccional.

Se observa que en este nivel se encuentran preguntas relacionadas con todas las fases (Ver tabla 1).

Tabla 1. Niveles de la encuesta y fases

Nivel de autoevaluación (alumno)			Nivel Organizativo (docente)			Nivel de desempeño (docente)		
Fases	f	%	Fases	f	%	Fases	f	%
Epistémica			Epistémica			Epistémica	1	6.25
Cognitiva			Cognitiva	1	20	Cognitiva	2	12.5
Afectiva	4	66.7	Afectiva			Afectiva	2	12.5
Interaccional	1	16.65	Interaccional	1	20	Interaccional	6	37.5
Mediacional	1	16.65	Mediacional			Mediacional	1	6.25
Ecológica			Ecológica	3	60	Ecológica	4	25

Elaboración propia

Para que se mejore la encuesta es necesario incluir en el nivel de autoevaluación de los estudiantes, preguntas en las fases que no se han considerado. Además distribuir las preguntas de manera equitativa en cada una de las fases y de los actores involucrados.

A continuación se muestran en las diferentes fases los elementos que deben estar presentes para lo que se consideraría un docente y alumno ideal, posteriormente se enmarcan las preguntas de la encuesta asociadas a cada fase.

Fase epistémica

En el análisis epistémico el docente ideal debe de considerar el nivel educativo de los estudiantes para promover situaciones adecuadas, que le permitan comprender la simbología matemática (Ver tabla 2).

Tabla 2. Docente y alumno ideal en la fase epistémica

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Usa diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas.	Usa diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas.
Presenta los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo del alumno	Identifica y articula los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.
Promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar	

Elaboración propia

En la encuesta un elemento que se retoma es el dominio de las temáticas por parte del profesor y se observa que en general el 89.7% de una muestra de 48 alumnos le asignan a los docentes del TD de CSH una calificación entre 9 y 10 (Ver tabla 3). Esto es significativo considerando que se trata de estudiantes que llevan de tres a seis meses de iniciados sus estudios en la UAM, y aprecian los conocimientos del personal docente.

Tabla 3. Domina con profundidad los temas que ha cubierto del programa

Calificación	*Frecuencia*	*Porcentaje*
7	1	2.0
8	4	8.3
9	21	43.8

10	22	45.9
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de TD de CSH

Fase Cognitiva

Algunos trabajos proponen que la validación y regulación del proceso cognitivo se da mediante la evaluación de los aprendizajes y de la medida en que han sido alcanzados los objetivos de aprendizaje y de la valoración de la utilidad de las estrategias de enseñanza propuestas por el docente, ambas tareas corresponden a la función pedagógica (Díaz-Barriga y Hernández, 2002).

De igual manera, la evaluación presenta cuatro características: se dice que es procesal debido a que considera todos los recursos cognitivos y afectivos del alumno; es significativa dado que revisa el grado de vinculación entre los esquemas anteriores y los contenidos nuevos que poseen las interpretaciones de los alumnos (Díaz-Barriga y Hernández, 2002).

La idoneidad cognitiva se asocia con el grado en que los contenidos implementados son adecuados para los alumnos, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos (Vigotsky, 1934).

El docente ideal debe de planear las actividades y además debe de integrar en la evaluación diversos niveles de comprensión que tomen en cuenta los conocimientos.

Tabla 4. Docente y alumno ideal en la fase Cognitiva

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Planifica el estudio de los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (si el alumno no los tiene)	Tiene los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema.
Promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes	
Para la evaluación tiene en cuenta los distintos niveles de comprensión y competencia.	

Elaboración propia

En esta fase, entre las preguntas que se integran en la encuesta está una pregunta relacionada con la opinión acerca de la claridad de las explicaciones del profesor.

Al analizar la calificación que asignan los estudiantes a los profesores de matemáticas se tiene que el 81.3% de los estudiantes asignan una calificación entre 7 y 9 (Ver tabla 5).

Tabla 5. Ha explicado con claridad y ha hecho comprensibles los temas del curso

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
7	3	6.3
8	11	22.9
9	25	52.1
10	9	18.8
Totales	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Otra pregunta de la encuesta relacionada con la fase cognitiva es acerca de la entrega de resultados de las evaluaciones practicadas por el docente, ya sea en exámenes o prácticas. En este caso el

77.1% de los estudiantes asignan a sus docentes de matemáticas una calificación entre 6 y 9, lo cual significa que algunos profesores no entregan resultados en forma adecuada (Ver tabla 6).

Tabla 6. Ha entregado los resultados de las evaluaciones practicadas

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
6	7	14.6
7	7	14.6
8	6	12.5
9	17	35.4
10	11	22.9
Totales	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Las evaluaciones practicadas se deben de entregar lo más rápido posible para que el estudiante termine de reestructurar sus marcos referenciales. Si se entregan en lapsos largos, los estudiantes ya no recuerdan los elementos que les causaron conflicto y angustia, que son situaciones que sirven para aprender.

Fase afectiva

Los indicadores afectivos para el docente ideal se relacionan con la promoción de la autoestima y actitudes favorables hacia las actividades académicas por parte de los estudiantes (Ver Tabla 7).

Tabla 7. Docente y alumno ideal en la Fase Afectiva

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional	Valora la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.	Participa en las actividades y demuestra perseverancia, responsabilidad, etc.
Promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.	No presenta rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

Elaboración propia

En la autoevaluación que realizan los estudiantes que cursan matemáticas, el 85.4% de ellos refiere una asistencia de 9 a las clases programadas del curso en el trimestre (Ver tabla 8).

Tabla 8. Ha asistido, hasta la fecha, a las sesiones programadas para el curso

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
9	41	85.4
10	7	14.6
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Continuando con la autoevaluación por parte de los estudiantes que cursan matemáticas, referente a presentarse puntual a sus clases, el 89.6% indican una calificación entre 8 y 9, el restante 10.4% siempre ha sido puntual (Ver tabla 9).

Tabla 9. Se ha presentado puntualmente a clases

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	1	2.1
9	42	87.5

10	5	10.4
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Otra de las preguntas de autoevaluación es acerca de la permanencia en las clases, al analizar los resultados de los estudiantes que cursan matemáticas en el TD de CSH, el 75% de ellos califica su permanencia en las sesiones con 10 mientras el restante 25% no se queda toda la clase (Ver Tabla 10).

Tabla 10. Ha permanecido en clase la duración total de las sesiones

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	1	2.1
9	11	22.9
10	36	75.0
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Al preguntarle al estudiante si su dedicación en el curso fue la adecuada, solo el 54.2% de los estudiantes del TD de CSH la califican con 9 mientras el 45.9% reconoce que su esfuerzo y dedicación fue menos adecuada (Ver tabla 11).

Tabla 11. Juzgaría que su esfuerzo y dedicación hacia el curso fue la adecuada

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
7	1	2.1
8	21	43.8
9	26	54.2
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Al preguntarle al estudiante si el profesor ha logrado establecer un ambiente de respeto y ha proporcionado un clima de confianza entre los participantes, una mayoría del 52.1% de los 48 estudiantes de la muestra la califican con 9, y para un 37.5% ha sido total dicho ambiente (Ver tabla 12).

Tabla 12. El profesor ha logrado establecer un ambiente de respeto y ha proporcionado un clima de confianza entre los participantes

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	5	10.4
9	25	52.1
10	18	37.5
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Al preguntarles a los alumnos del TD de CSH si sus profesores han promovido que realicen fuera del aula ejercicios, prácticas y problemas que contribuyan al aprendizaje del alumno, se observa que el 62.5%

de los alumnos asignan una calificación de 9 a sus profesores de matemáticas que han promovido dicha modalidad (Ver tabla 13).

Tabla 13. Ha promovido que los alumnos de matemáticas realicen fuera del aula ejercicios, prácticas y problemas que contribuyan al aprendizaje del alumno

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
7	2	4.2
8	14	29.2
9	30	62.5
10	2	4.2
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Fase interaccional

En la fase interaccional el docente ideal usa diversos recursos para captar la atención del estudiante. Además favorece el diálogo y comunicación para promover el desarrollo cognitivo (Ver Tabla 14).

Tabla 14. Docente y alumno ideal en la fase interaccional

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Usa diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.	Demuestra atención
Favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes	Dialoga y se comunica con sus compañeros
Contempla momentos para que los estudiantes asuman la responsabilidad del estudio	Asume la responsabilidad de su estudio
Hace una observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos	Se desarrolla cognitivamente

Elaboración propia

En esta fase el profesor ha participado en clase, entre otras maneras, expresando dudas, aportando ejemplos, respondiendo a preguntas.

Las preguntas que se realizan en la encuesta considerada que se ubican en esta fase, no se centran en el desempeño de los alumnos sino que solo se refieren al de los profesores y se mencionan a continuación.

Sobre el entusiasmo que el profesor muestra en clase de matemáticas, los alumnos de la muestra califican con 9 y 10 siendo un porcentaje del 87.6% (Ver tabla 15).

Tabla 15. El profesor de matemáticas muestra entusiasmo en la clase que imparte

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
7	1	2.1
8	5	10.4
9	27	56.3
10	15	31.3
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

La calificación asignada a la promoción de la participación por parte de los docentes hacia sus alumnos, el 56.3% asigna una calificación de 9 y un 25% de 10 (Ver tabla 16). Es indudable que los docentes han estimulado correctamente la participación.

Tabla 16. El profesor ha estimulado la participación de los alumnos en la clase

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	9	18.8
9	27	56.3
10	12	25.0
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Una de las preguntas que normalmente preocupan a los docentes que imparten matemáticas es responder con claridad las dudas de sus alumnos. En esta muestra de 48 estudiantes el 75.1% califican la atención con 9 y 10 (Ver tabla 17).

Tabla 17. El profesor de matemáticas ha respondido adecuadamente y con claridad las preguntas y dudas externadas

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
6	1	2.1
7	3	6.3
8	8	16.7
9	27	56.3
10	9	18.8
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Sobre el respeto de los criterios de evaluación presentados al inicio del curso por parte del profesor, el 91.7% de los estudiantes les asigna una calificación de 9 y 10 (Ver tabla 18).

Tabla 18. El profesor ha evaluado objetivamente, de acuerdo con los criterios y mecanismos establecidos al inicio del curso

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	4	8.3
9	21	43.8
10	23	47.9
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Sobre la calificación asignada a la atención fuera de clase por parte del profesor, el 56.3% de los alumnos les asignaron 10 (Ver tabla 19).

Tabla 19. Solicitó usted al profesor de matemáticas que lo atendiese fuera de las horas de clase

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
9	21	43.8
10	27	56.3
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Fase mediacional

Los indicadores mediacionales se refieren principalmente al uso de diversos medios didácticos para promover el aprendizaje de los estudiantes (Ver tabla 20).

Tabla 20. Docente y alumno ideal en la fase mediacional

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Usa materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido	Tiene disposicion para utilizar los materiales manipulativos e informáticos propuestos por el docente.

Elaboración propia

En esta fase la encuesta solo aplica una pregunta en la sección de autoevaluación del alumno y otra para evaluar el desempeño del docente.

En la encuesta para promover la autoevaluación del estudiante, se le pregunta sobre el número de horas semanales dedicadas al curso. Se observa que el 72.9% de los alumnos de matemáticas la califican con 8 y un 27.1% con 7 (Ver tabla 21). Estos datos nos indican que les faltó un poco más de dedicación a las actividades del curso.

Tabla 21. Le ha dedicado fuera del aula, número de horas semanales

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
7	13	27.1
8	35	72.9
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Fase ecológica

Los indicadores ecológicos, se centran en todos aquellos elementos que forman el contexto del ambiente educativo (Ver tabla 22).

Tabla 22. Docente y alumno ideal en la fase ecológica

DOCENTE IDEAL	ALUMNO IDEAL
Integra nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo	Demuestra disposición para el uso de nuevas tecnologías
Contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico	Muestra valores democráticos y demuestra un pensamiento crítico
Procura la relación de los contenidos con otros contenidos intra e interdisciplinares	Relaciona los contenidos con otros contenidos intra e interdisciplinares

Elaboración propia

Sobre la calificación asignada a los recursos que el profesor emplea en el curso, el 64.6% de los 48 alumnos de matemáticas le asigna una calificación de 9 (Ver tabla 23).

Tabla 23. El profesor de matemáticas, emplea suficientes recursos para ilustrar los diversos conceptos del curso

Calificación	***Frecuencia***	***Porcentaje***
8	11	22.9
9	31	64.6
10	6	12.5
Total	48	100.0

Elaboración propia. Datos de las encuestas aplicadas a los estudiantes de matemáticas del TD de CSH

Conclusiones

Hoy en día, en el medio educativo se hace énfasis en la evaluación como un elemento donde están involucrados todos los elementos y actores del sistema, ya que todos ellos deben participar en el proceso evaluativo, ya sea recogiendo datos, analizándolos, tomando decisiones y proponiendo las diversas acciones para mejorar dicho proceso.

Prácticamente, la gran mayoría de los miembros de la comunidad educativa son sujetos de la evaluación: profesores, alumnos, padres, personal administrativo, y por tanto deben intervenir en ella.

En el sector educativo es responsabilidad de todos hacer el seguimiento del cumplimiento de objetivos, metas alanzadas, de las dificultades encontradas, previstas o no, y de los ajustes necesarios a realizar.

La teoría de idoneidad didáctica trata de interrelacionar las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Existen ya varias experiencias innovadoras que apuntan a mejorar la acción docente y se centran en promover solo algunos elementos relacionados con la idoneidad didáctica.

En el caso del instrumento que se aplica a los estudiantes de la UAM, se observa que integra todos los componentes de la idoneidad didáctica en los aspectos relacionados con los docentes, pero no así con los alumnos. No se integran en la autoevaluación preguntas relacionadas con las fases epistémica, cognitiva ni ecológica, que son también necesarias.

Respecto a las preguntas de autoevaluación que se realiza a los estudiantes, el resultado de la muestra de 48 estudiantes arroja una calificación entre 8 y 10, lo que es síntoma de una buena disposición para realizar las diversas actividades planteadas en el curso de matemáticas.

Las calificaciones asignadas a las preguntas sobre el desempeño tanto de los docentes como de aquellos que imparten matemáticas, se encuentran entre 8 y 10. Estos resultados indican que la disposición de los alumnos es muy buena al igual que el desempeño de los docentes.

Se plantea que, para realmente mejorar los aspectos relacionados con la educación, se tienen que evaluar todos los aspectos y actores.

Por tal razón, consideramos que para realizar una reforma educativa en una sociedad, no es suficiente con plasmar en documentos los cambios hacia nuevas formas de educar, sino también en preparar y capacitar en forma adecuada a los docentes involucrados en el proceso. Esto permitirá una asimilación de los cambios esperados y mentalizarlos para que posteriormente los trasmitan a sus futuros estudiantes. Es todo un reto, es un proceso integral en donde la evaluación docente ocupa un lugar significativo.

Referencias Bibliográficas

Briones, G. (1995). *Métodos y Técnicas de Investigación para las Ciencias Sociales* (2da. reimp.). México: Ed. Trillas.

Díaz Barriga, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw Hill.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 22*(2/3), 237-284

Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-375.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las matemáticas, desde un enfoque Onto-semiótico. *Enseñanza de las ciencias, 27*(1), 59-76.

Silva, M., & Carrera, I. (2003). Desafíos éticos de la evaluación educacional. *Revista Enfoques Educacionales, 5*(1), 81–86. Recuperado de http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/07/Silva_DesafiosEticosEvaluacionEducacional.pdf

Vygotski, L. (1934). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: Paidós.

Aplicación De Máximos Y Mínimos En La Superficie De Un Terreno Para La Optimización De Su Espacio

Edison Roberto Valencia Nuñez
edisonrvalencia@uta.edu.ec
Universidad Técnica de Ambato

Resumen

En el presente artículo se aplican conocimientos de derivadas, empleadas específicamente a temas de optimización, cálculo de puntos extremos, puntos máximos y mínimos de igual manera dicho artículo es aplicativo ya que parte con datos como el perímetro con el objeto de calcular y optimizar el área para un cerramiento o una cerca planteando ecuaciones y derivando las mismas para llegar a su respuesta. En este documento se lleva a cabo la realización de dos casos prácticos en el estadio "la Victoria" y en la cancha de la Universidad Técnica de Ambato, utilizando un software llamado GPS Fields Area Measure Free, que es una aplicación gratuita, disponible en la red para teléfonos Android, facilitando la obtención de resultados al optimizar recursos gracias a su funcionamiento automático, de tal manera que existe la posibilidad de comparar y comprobar dichos resultados con los obtenidos manualmente de los cuales se generan las interpretaciones para establecer conclusiones.

Palabras Clave: Optimización, derivadas, área, software.

Reconocimientos: Esta investigación se realizó con el apoyo de la Facultad de Contabilidad y Auditoría de la Universidad Técnica de Ambato.

Introducción

El cálculo de optimización de máximos y mínimos es importante para el ámbito social, y educativo debido a las necesidades que se presentan. Cabe recalcar que uno de los temas de interés matemático se relacionan con las medidas tales como el cálculo diferencial y a la vez éste tema se relaciona con variables: “La variable dependiente está restringida por condiciones sobre la variable independiente” (Soler, Núñez & Aranda, 2008).

Es decir que es una parte importante que consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones o campos objetos del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada, así como señala Barrientos (2014) “La derivada como idea central del cálculo diferencial, se considera una de las herramientas más poderosas de la matemática, por tal razón el manejo de este concepto permitió y permite al hombre resolver interrogantes de su entorno” (p.27)

Cabe destacar el uso de la geometría debido la relación con el cálculo diferencial; según Lastra (2012), la Geometría “es la parte de las Matemáticas que estudia las idealizaciones del espacio en términos de las propiedades y medidas de las figuras geométricas” (p.1)

Por ende la aplicación GPS Fields Área Measure Free es de excelente uso ya que permite realizar cálculos exactos de tal forma que al señalar en el mapa el área que se desea medir, se obtiene información altamente puntual del área, distancia, ángulo y volumen, de igual manera el punto de inserción es fácil y rápido de obtener, finalmente para comprobar su exactitud en el presente artículo se realizan los cálculos de forma manual.

Objetivo General

Optimizar recursos mediante la utilización de la aplicación móvil GPS Fields Area Measure Free aplicando a la optimización del área en el estadio de la Victoria y en la cancha de la Universidad Técnica de Ambato.

Objetivos Específicos

- Aplicar el software GPS Fields Área Measure Free para la medición de la superficie de la cancha.
- Comparar los resultados obtenidos manualmente y a través de la aplicación.
- Implantar un área recreacional con el resultado de la optimización realizada.

Marco Teórico

Cálculo Diferencial

Según Pérez, (2008):

> La invención del Cálculo es uno de los grandes logros de la humanidad. El Cálculo se ha convertido en la “lingua franca” de todas las ciencias. Ha sido, y sigue siendo, una herramienta fundamental para la comprensión científica de la Naturaleza. (p.338)

Un documento publicado por la Universidad Popular Autónoma de Veracruz, Área de Matemáticas (2012) define al cálculo diferencial como: El estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones o campos objetos del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. (p.6)

Además, “El cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra”. (UPAV, 2012, p.4). Por lo tanto, el estudio del cálculo diferencial resulta de gran relevancia ya que da nacimiento a análisis matemáticos mediante la derivada y los límites, así también depende del campo de aplicación en el que se desenvuelva.

Derivadas

Al ser la derivada parte fundamental del cálculo diferencial, es necesario conocer la definición de la misma. Pérez (2008) añade: “La derivada de una función puede interpretarse geométricamente como la pendiente de una curva, y físicamente como una razón instantánea de cambio” (p.202).

El Departamento de Matemáticas UNISON (s.f.) señala que la derivada: “Es un límite que está estrechamente ligado a la recta tangente, a la velocidad instantánea y en general a la razón de cambio de una variable con respecto a otra” (p.1).

Las derivadas pueden ser utilizadas para conocer la concavidad de una función, sus intervalos de crecimiento, sus máximos y mínimos.

La definición de derivada es la siguiente:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento

Cuando graficamos una función de grado mayor o igual a 2, tenemos puntos extremos o críticos en donde la pendiente es cero, dichos puntos críticos, se denominan puntos máximos o mínimos de dicha función.

Intervalos de crecimiento y decrecimiento para determinar los puntos de máximos y mínimos (monotonía)

Una función tiene extremos relativos denominados puntos críticos en donde la pendiente (m) es cero, dichos puntos críticos son candidatos a ser máximos y mínimos.

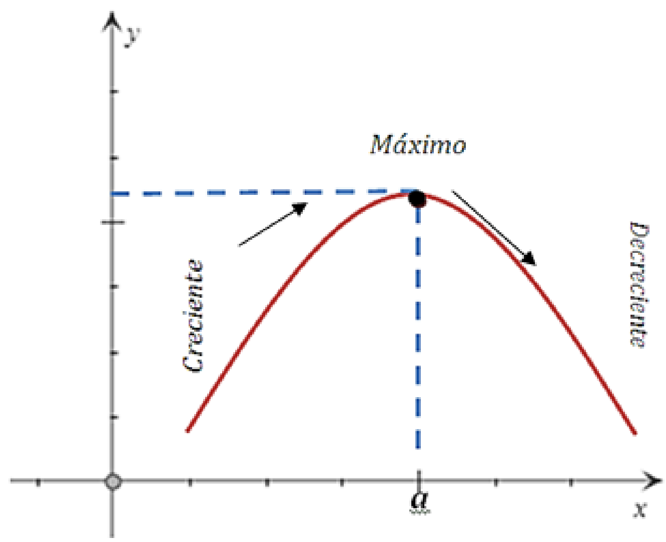


IMAGEN 1. PUNTO MÁXIMO GRAFICADO EN EL PLANO X, Y

$x \to a - \ f'(x) > 0 \ x \to a - \ f'(x) > 0$ (Positivo) = Creciente

$x \to a + f'(x) < 0x \to a + f'(x) < 0$ (Negativo) = Decreciente

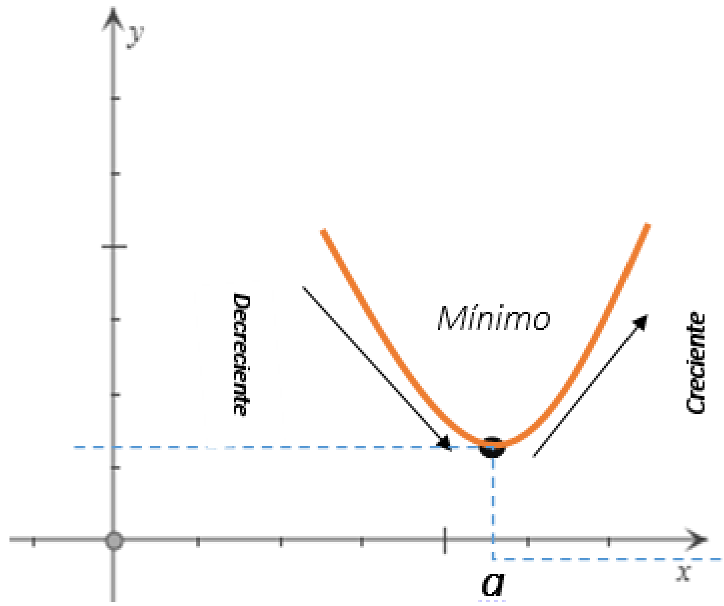


IMAGEN 2. PUNTO MÍNIMO GRAFICADO EN EL PLANO X, Y

$x \to a- \;\; f'(x) < 0 \; x \to a- \;\; f'(x) < 0$ (Negativo) = Decreciente

$x \to a+ \;\; f'(x) > 0x \to a+ \;\; f'(x) > 0$ (Positivo) = Creciente

Pasos para encontrar los puntos máximos y mínimos

1.- Sacar el dominio de dicha función.

2.- Calcular la primera derivada $f'(x)f'(x)$.

3.- Hallar las raíces igualando a cero: $f'(x)f'(x)$=0, los números hallados en las raíces son puntos críticos o números singulares, dichos números son candidatos ser máximos o mínimos también son números críticos aquello que no pertenecen al dominio.

4.- Formar intervalos con los números críticos y representarlos en la recta numérica.

5.- Evaluar los signos en cada uno de los intervalos, si es de signo (+), se denomina creciente, y si es de signo (-) se denomina decreciente. Si no hay cambio de signo ya sea de (+) a (-) o viceversa entonces no hay puntos máximos ni mínimos.

6.- Graficar.

Geometría

Según Soto (2010):

> La palabra «geometría» viene de las palabras griegas «geo» que significa tierra y la palabra «metría» que significa medición. Podemos traducir esta palabra como: «medición de la tierra». La geometría es la rama de las matemáticas que estudia las mediciones a través del estudio de las propiedades y relaciones de los puntos, líneas, ángulos, superficies y los sólidos. (p.247)

Serrano, Camargo, García & Samper (2004) manifiestan: “En geometría hay tres elementos que no pueden definirse, pero que sí se pueden describir y representar. Estos son: punto, plano y recta. Con ellos se construye el mundo geométrico” (p.170).

En Lastra (2012) se dice que: “El objetivo de la Geometría es describir, clasificar y estudiar las propiedades de las figuras geométricas, relaciones y teorías, construidos por abstracción de cualidades del espacio real o de otros objetos ideales creados previamente” (p.2).

Cabe destacar que la geometría se basa tanto en el punto como la recta. Soto (2010) añade como definición de punto: “Es el objeto geométrico que sirve para indicar una ubicación. Un punto tiene dimensiones largo, ancho y alto igual a cero unidades"; así mismo señala que la recta es: "La línea que se extiende en ambos sentidos sin cambiar de dirección" (p.262).

Área

La Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Concepción define la superficie de una área como "El número que indica las veces en que una cierta unidad de superficie, está contenida en la superficie total" (p.6).

Al hablar de áreas debemos conocer fórmulas que nos lleven a datos precisos, por lo cual establecemos las siguientes que de acuerdo con el Portal Educativo:

- **Área del triángulo**
  Cálculo del área

Es el producto de uno de sus lados por la altura correspondiente a él, dividido por dos.

$$A = \frac{base \ \times altura}{2}$$

- **Área del cuadrado**
  Cálculo del área

Para calcular el área de un cuadrado multiplicaremos su base por su altura, es decir, su largo por su ancho.

$$A \ = \ lado \ x \ lado \ = \ lado^2$$

$$A \ = \ a \bullet a$$

$$A \ = \ a^2$$

- **Área del rectángulo**

Cálculo del área

Para calcular el área de un rectángulo multiplicaremos su base por su altura, es decir, su largo por su ancho.

$$A = base \; x \; altura.$$

$$A = a \bullet b$$

- **Área del romboide**

Cálculo del área

Se obtiene a partir del área del rectángulo, multiplicando la base por la altura del romboide (no por el otro lado).

$$A = base \; x \; altura$$

- **Área y perímetro del rombo**

Cálculo del área

Para calcular el área del rombo, recuerda que éste es un cuadrilátero con cuatro lados iguales, paralelos dos a dos.

Si unimos los vértices opuestos, obtenemos su diagonal mayor (la que mide más) y su diagonal menor (la que mide menos).

El área del rombo resultará de multiplicar su diagonal mayor por su diagonal menor y dividirlo por dos.

$$A = \frac{Diagonal \; Mayor * Diagonal \; Menor}{2}$$

- **Áreas de polígonos regulares**

Cálculo del área

Para calcular el área de un polígono regular cualquiera se divide en triángulos uniendo el centro con cada uno de los vértices. La altura de cada uno de los triángulos coincide con la apotema del polígono. Se calcula el área de uno de estos triángulos y se multiplica por el número de triángulos que se han formado.

El área de un polígono regular es igual al producto de su perímetro por su apotema dividido entre dos.

Apotema: segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cada lado.

Esta fórmula permite calcular la apotema de cualquier polígono regular.

$$a_p = \sqrt{r^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

Gps Fields Area Measure Free

Es una aplicación publicada por “Studio Noframe”, del cual Apkgplay (2015) nos dice:

> Aplicación de uso excelente que permite realizar cálculos exactos al señalar en el mapa, el área que se desea medir, da la información es altamente puntual de área, distancia, ángulo y volumen, el punto que señala al insertar es fácil y rápido de coordinar con la misma medida se puede realizar manualmente.

Características

- Señalización de áreas rápidas y distancias.
- Enviar automáticamente el vínculo para generar: área, dirección,

ruta seleccionada con la etiqueta a sus amigos o socios para mostrar exactamente lugar que desee mostrar.

- ➢ Aplicación indispensable para que no pierda su tiempo, tratando de encontrar la mejor y libre herramienta para medir el área, distancia o el perímetro al elegir la aplicación.
- ➢ GPS Campo Área, medida útil como herramienta de medición por medio de un mapa para realizar actividades al aire libre, deportes, aplicaciones telémetro, la planificación de viajes en bicicleta, o ejecutar la planificación de viajes, explorar la zona de golf, la topografía, medidor de distancia de golf, medida zona de pastos de campo, jardín, trabajo agrícola y la planificación, registros de área, la construcción.

Metodología

En la presente investigación se ha empleado tanto la metodología descriptiva como la explicativa; siendo descriptiva ya que se da a conocer las distintas características de las temáticas tratadas y explicativa porque hemos hecho una investigación de campo para la comparación de datos obtenidos mediante el cálculo manual y por medio de la aplicación, además hemos acompañado el trabajo con una investigación bibliográfica para que obtenga un carácter más verídico, también se ha utilizado la metodología cuantitativa lo cual, se basa en la medición y análisis numérico para establecer patrones de comportamiento en los casos propuestos.

Resultados

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA N°01

Lugar de Aplicación: ESTADIO LA VICTORIA

En un terreno rectangular con un perímetro de 305,7 metros se desea dividir en dos partes; en la una se implementara una cancha de césped sintético y en la otra un parque recreacional para el sector. ¿Cuáles deberán ser las dimensiones para que la superficie construida sea máxima?

TABLA 1. RESOLUCIÓN EJERCICIO 1 APLICADO A ESTADIO "LA VICTORIA"

RESOLUCIÓN DEL EJERCICIO 1	
MANUALMENTE	**UTILIZACIÓN DE LA APLICACIÓN**
$\boldsymbol{A = x.yA = x.y}$ **Función a Optimizar** $P = 2y + 2x$ $y = \frac{305{,}7 - 2x}{2}$ $A = x.\frac{305{,}7 - 2x}{2}$ $A = \frac{305{,}7}{2}x - \frac{2}{2}x^2$ $A' = 152{,}8 - 2X$ $152{,}8 - 2X = 0$ $-2X = -152{,}8$	La aplicación permite calcular áreas, perímetros y distancias en cuestión de segundos, solamente se debe seleccionar el área que se desea medir y ésta automáticamente mostrara las medidas que deseadas. La aplicación posee unidades como metros cuadrados, kilómetros, hectáreas y entre otras.

$$X = \frac{-152,8}{-2}$$

$$X = 76,4$$

$$\boldsymbol{y = \frac{305,7 - 2(76,4)}{2}}$$

$$y = 76,4$$

$$x.y = 5836,9m^2$$

$$\boldsymbol{P = 2y + 3x}$$

$$305,7 = 2y + 3x$$

$$y = (305,7 - 3x)/2$$

$$\boldsymbol{A = x(\frac{305,7 - 3x^2}{2})}$$

$$A = \frac{305,7\,x - 3x^2}{2}$$

$$A = \frac{305,7}{2}x - \frac{3}{2}x^2$$

$$A' = 152,8 - 3x$$

$$A' = 152,8 - 3x = 0$$

$$A' = -3x = -147,55$$

$$X = (152,8\,)/3$$

$$X = 50,9$$

$$(-\infty; 50,9) \quad CRECE\ (+)$$

$A'(40) = 152{,}8 - 3x$ $A'(40) = 152{,}8 - 3(40)$ $A'(40) = 152{,}8 - 120$ $A'(40) = 32{,}8$ $50{,}9; +\infty)\ \ DECRECE\ (-)$ $50{,}9; +\infty)\ \ DECRECE\ (-)$ $A'(60) = 152{,}8 - 3x$ $A'(60) = 152{,}8 - 3(60)$ $A'(60) = 147{,}55 - 180$ $A'(60) = -27{,}2$ $y = \frac{295{,}1 - 3(49{,}18)}{2}$ $y = 73{,}78$ $\boldsymbol{x \cdot y = 3628{,}50m^2}$	

Interpretación

Los valores anteriores del área total son las siguientes $X = 73{,}78$ metros y en $y = 73{,}78$ metros que definen el área $x.y = 5442{,}75$ metros cuadrados, dicho valor se aproxima al valor calculado en la aplicación GPS fields measure.

Los valores de las dimensiones máximas a construir son en $X = 50{,}9$ metros y en $y = \ 73{,}78$ metros que definen un área máxima optimizada de $x * y = 3628{,}50$ metros cuadrados.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA N°02

Lugar de Aplicación: CANCHA DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

En la cancha de la UTA de forma rectangular tiene un perímetro de 92 metros se desea dividir en dos partes para la realización de una actividad. ¿Cuáles deberán ser las dimensiones para que la superficie construida sea máxima?

TABLA 2. RESOLUCIÓN EJERCICIO 2 APLICADO EN LA CANCHA DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO"

<table>
<tr><th colspan="2">RESOLUCIÓN DEL EJERCICIO</th></tr>
<tr><th>MANUALMENTE</th><th>UTILIZACIÓN DE LA APLICACIÓN</th></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{A = x.y\ \ Funci\acute{o}n\ a\ Optimizar}$
$P = \ 2y + 3x$
$y = \dfrac{92 - 3x}{2}$
$A = \ x.\dfrac{92 - 3x}{2}$
$A = \dfrac{92}{2}x \ - \ \dfrac{3}{2}x^2$
$A = \ 46 \ - \ 3x$
$46 \ - \ 3X = \ 0$
$-3X = \ -46$
$X = \ \dfrac{-46}{-3}$</td><td>La aplicación permite calcular áreas, perímetros y distancias en cuestión de segundos, solamente se debe seleccionar el área que se desea medir y ésta automáticamente mostrara las medidas que deseadas. La aplicación posee unidades como metros cuadrados, kilómetros, hectáreas y entre otras.</td></tr>
</table>

$X = 15{,}33$

$(-\infty; 15{,}33)\quad CRECE\ (+)$

$A'(15{,}33) = 92 - 3x$

$A'(15{,}33) = 92 - 3(10)$

$A'(15{,}33) = 92 - 30$

$A'(15{,}33) = 62$

$(15{,}33; +\infty)\quad DECRECE\ (-)$

$A'(15{,}33) = 92 - 3x$

$A'(15{,}33) = 92 - 3(40)$

$A'(15{,}33) = 92 - 120$

$$y = \frac{92 - 3(15{,}33)}{2}$$

$y = 23$

$= x * y$

$= 15{,}33 * 23$

$= 352{,}59\ m^2$

Interpretación

Los valores de las dimensiones máximas a construir son en $X = 15{,}33$ metros y en $y = 23$ metros que definen un área máxima optimizada de $x * y = 352{,}59$ metros cuadrados.

Discusión

Comparando los dos ejercicios propuestos de la optimización de áreas mediante la aplicación de máximos, se logró determinar que las áreas de los terrenos al ser irregulares tienden a variar en un porcentaje mínimo. Además se aplicó la misma ecuación en los ejercicios ya que requerían de la misma solución, los resultados variaron debido a que las dimensiones a considerar eran distintas.

Conclusiones

Los resultados de ésta investigación nos permiten extraer algunas conclusiones que formulamos a continuación:

- La aplicación nos arroja valores con cifras aproximadas al inmediato superior, cifras que al calcularlas manualmente tiene una variación decimal.
- La aplicación al funcionar sin internet nos permite encontrar los valores de manera más rápida y utilizando menos recursos tanto económicos como humanos.
- La optimización nos ayuda a ocupar de mejor manera el espacio disponible para evitar cualquier despilfarro de terreno.

Referencias Bibliográficas

Apkgplay (2015). GPS Fields Area Measure 1 APK for Android. *Apkgplay Download App & Games.* Recuperado de https://www.apkgplay.com/es/gps-fields-area-measure

Barrientos, P. (2014). *Libro- Taller para la enseñanza del concepto de derivada en el grado 11°: Un enfoque Geométrico.* Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Departamento de Matemáticas UNISON (s.f.). Recuperado de: http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/contenido_Derivadas.html

Lastra, A. (2012). *Geometría: Introducción.* España.

Pérez, F.J. (2008). *Cálculo Diferencial e Integral de Funciones de una Variable.* Granada, España: Universidad de Granada.

Serrano, C., Camargo, L., García, G., & Samper, C. (2004). *Alfa con Estándares*. Bogotá: Norma S.A.

Soler, F., Núñez, R., & Aranda, M. (2008). *Cálculo con Aplicaciones*. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Pearson Educación de Colombia.

Soto, E. (2010). *Matemáticas Preuniversitarias*. Monterrey, México: Autor.

Universidad de Concepción. (s.f). *Perímetros, Áreas y Volúmenes.* Chile: Autor.

Universidad Popular Autónoma de Veracruz (2012). *Cálculo mediante el análisis de su evolución, sus modelos matemáticos y su relación con hechos reales.* México: Autor.

El Lenguaje Matemático Y Su Influencia En El Aprendizaje De La Matemática

Narcisa de Jesús Sánchez Salcán[1], Fabián Patricio Londo Yachambay[2], Jaime Patricio Tenemaza Aulla [3],
Universidad Nacional de Chimborazo[1], Escuela Superior Politécnica de Chimborazo[2], Unidad Educativa Milton Reyes[3]
nsanchez@unach.edu.ec[1], flondo@espoch.edu.ec[2], jim75@hotmail.es[3]

Resumen

En los niveles básicos del sector educativo existen muchos problemas en el aprendizaje de la Matemática, el objetivo de esta investigación fue determinar la influencia del lenguaje matemático en el aprendizaje de la Matemática, de los estudiantes de octavo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz. Riobamba-Ecuador. La teoría en la cual se sustenta ésta investigación fue en la concepción constructivista, con un paradigma de integración de lo cualitativo y cuantitativo, con tendencia contemporánea de la investigación en las Ciencias de la Educación, el tipo de estudio fue predominantemente descriptivo; la población objeto de estudio estuvo conformada por los 40 estudiantes de octavo año paralelo A. Los datos se obtuvieron mediante el cuestionario y la ficha de entrevista, demostrando que en su mayoría los estudiantes presentan dificultad en la comprensión e interpretación de los símbolos matemáticos, desconocen el significado como su utilización, por ende presentan grandes conflictos al momento de producir el aprendizaje matemático.

Palabras clave: Matemática, Aprendizaje, Lenguaje Matemático

Reconocimiento: Esta investigación se realizó con el apoyo de las autoridades y estudiantes de la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz de la ciudad de Riobamba-Ecuador.

Planteamiento del problema de investigación

La Matemática es la única ciencia que se estudia en todo el mundo y en todos los niveles educativos. Gómez (2010) afirma:

> La matemática ha constituido tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces.

En los últimos años el sistema educativo en Ecuador ha tenido problemas en cuanto a los bajos resultados que han obtenido los estudiantes en las pruebas académicas estandarizadas. Según la información difundida por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL), afirma 41.702 estudiantes de 588 establecimientos educativos públicos, municipales, fiscomisionales y particulares fueron parte de la muestra considerada para la aplicación de las pruebas. Es así, el 25,3% de los estudiantes de cuarto año de Educación General Básica (E.G.B) no alcanza el nivel elemental en Matemática. Mientras, en séptimo año, el 30% tiene una puntuación de insuficiente, el 54,5% tiene un nivel elemental en Matemática, el 13,3% presenta puntaje satisfactorio y solo 2,2% excelente. Así mismo, los niveles de desempeño en décimo año señalan que el 42,8% tiene el grado de insuficiente y el 45,9% alcanza el nivel elemental en Matemática. El 2,4% alcanza un promedio de excelente en esta asignatura. En tercero de bachillerato el 31% siguen siendo insuficientes en Matemática. (Coordinación de Investigación Educativa del INEVAL, 2014)

En la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz, ubicado en la ciudad de Riobamba – Ecuador, el porcentaje de los estudiantes que aprueban directamente la asignatura de Matemática corresponde a un 45%, el resto se quedan suspensos o reprueban, esta afirmación fue consultada en los registros existentes en la secretaria de la institución Educativa.

Por otra parte, los docentes del área de Matemática de octavo año afirman, una de las causas relacionadas al bajo rendimiento académico de los estudiantes puede ser el desconocimiento del lenguaje matemático, lo cual implica la imposibilidad de comprensión de conceptos básicos y necesarios para el aprendizaje de la Matemática. Los estudiantes son capaces de realizar problemas de forma mecánica, pero no utilizan un razonamiento lógico, y ello es consecuencia de no saber leer sobre todo textos matemáticos.

El desconocimiento del lenguaje matemático, y el desinterés de aprenderlo por parte de los estudiantes, impide expresar sus conocimientos de la mejor manera; obviamente el estudio de la Matemática requiere de un esfuerzo continuo sobre todo quienes tienen grandes deficiencias de conocimiento referente a la lecto-escritura del lenguaje matemático, lo cual dificulta el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Teniendo en cuenta que el lenguaje juega un papel importante en el desarrollo del aprendizaje de un concepto matemático, surge la necesidad de preguntarse: ¿De qué manera influye el lenguaje matemático, en el aprendizaje de la Matemática, en los estudiantes de octavo año de E.G.B paralelo A, de la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz de la ciudad de Riobamba-Ecuador durante el año lectivo 2012 – 2013?

La importancia de esta investigación dentro de la Educación Matemática, se refleja en la pertinencia de la realización de estudios y reflexiones en torno a la influencia del lenguaje matemático y el lenguaje natural en el aprendizaje de la Matemática.

Para dar solución a esta problemática surge la necesidad de encontrar un camino apropiado para que los estudiantes comprendan el lenguaje matemático, atendiendo a los elementos generales de significado, símbolos y sintaxis, dado que el desconocimiento del lenguaje matemático produce errores de construcción, interpretación y en definitiva imposibilita la comunicación. Por tal razón se elaboró un diccionario de símbolos matemáticos, el cual por su contenido y orientación, está dirigido fundamentalmente a profesionales y estudiantes de Matemática, es una herramienta pedagógica lo cual facilitará la comprensión de los textos especializados y servirá como una fuente de información para que el estudiante a través de la práctica directa, pueda auto-evaluarse y pronosticar sus capacidades con vistas a iniciar sus estudios de cursos superiores.

Por otra parte en la enseñanza de la Matemática, el papel del lenguaje en la comunicación es esencial, pues permite brindar y recibir información, llevar las expresiones informales de los estudiantes hacia el lenguaje abstracto y simbólico de la Matemática, vincular las diferentes representaciones de objetos matemáticos y fijar precisiones de lenguaje, para evitar las ambigüedades de lenguaje común. Por tanto este estudio constituye un aporte al interés para la Didáctica de la Matemática, pues responde a la exigencia y necesidades de la Educación Matemática, coadyuvando a la solución de la problemática en la enseñanza y aprendizaje de esta área del conocimiento.

Marco Teórico

Puig (2012) afirma:

> La Matemática Educativa trata con fenómenos que pueden verse como procesos de significación y comunicación y, por tanto, es pertinente usar conceptos semióticos como signo, texto y sistema (matemático) de signos para hablar de ellos (p.1).

La investigación realizada *Habilidades en lecto-escritura matemática en estudiantes del área ciencias de la salud. Prueba de sondeo*, realizada por Rafael Antonio Vargas Vargas, presenta los resultados de una prueba de sondeo aplicada a dos grupos diferentes de estudiantes del curso de farmacología, del área de la salud. Aquí se intenta evaluar las habilidades y debilidades en matemática básicas. A pesar de la importancia de la Matemática en el área de la salud se observan deficiencias en la manipulación de la información Matemática, que probablemente está relacionado con deficiencias tempranas en la formación. Con este trabajo llama la atención sobre el impacto de la Educación Matemática temprana en la vida de estudiantes avanzados y en su éxito profesional. (Vargas, 2016, p.61)

Es de suma importancia que el docente identifique el proceso de aprendizaje, qué mecanismos de razonamiento desarrollan sus estudiantes, que dificutades y errores difcultan su ejecución y cuales son sus causas.

Esta investigación se basó en el paradigma constructivista, teniendo como fin que el estudiante construya su propio aprendizaje, el docente en su rol de mediador debe apoyar al estudiante para aprender a pensar, aprender sobre el pensar y aprender sobre la base del pensar.

El lenguaje matemático es una forma de comunicación a través de símbolos especiales para realizar cálculos matemáticos. Puga (2016) afirma: “El lenguaje matematico permite interrelacionar el lenguaje formal y abstracto con el natural, a traves de principios y reglas mismas que se describen brevemente” (p. 197).

Suárez (2016) define: “El lenguaje verbal es un conjunto de elementos (fonemas y morfemas) y una serie de rasgos para combinarlos (morfosintaxis) con el objeto de constituir mensajes con significado, estudiada por la semántica” (p.1).

El lenguaje verbal permite la comunicación mediante la escritura o en forma oral, como también utilizamos a diario para expresarnos, o en Matemática para especificar la situación de un problema.

La Matemática descansa en un lenguaje. Rosich, Nuñez y Fernández (2014) afirman:

> El llamado lenguaje simbólico-matemático es un lenguaje propio, generado y pulido a través de los siglos, las culturas y los progresos técnicos. Un lenguaje vivo, prácticamente universal, fuertemente estructurado, inequívoco y completo en sus propósitos (p. 16).

La Matemática utiliza no solamente números, sino signos y símbolos que combinados lógicamente y bajo ciertas reglas sirven por ejemplo para traducir expresiones que pueden aparecer en un problema de índole matemático pero de aplicación cotidiana o real.

El lenguaje gráfico ha sido utilizado por el hombre desde hace millones de años. Es una manera sencilla y fácil de sintetizar datos, mostrar relaciones entre dos o más variables y obtener rápidamente conclusiones.

A continuación se representa el teorema de Pitágoras en los tres lenguajes verbal, simbólico y gráfico:

a) *Verbal:* el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos.
b) *Simbólico:* $(c)^2 = (a)^2 + (b)^2$
c) *Gráfico:*

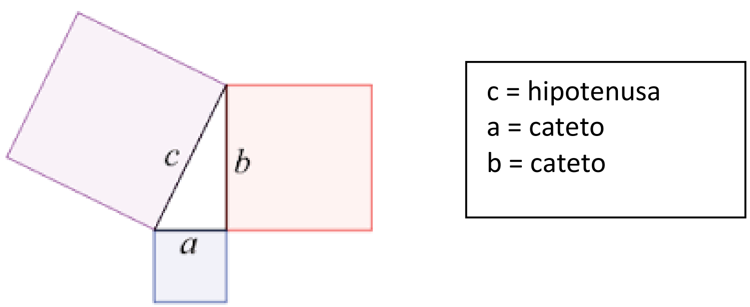


Imagen 1. Presentación del Teorema de Pitágoras en el Lenguaje gráfico

Schunk (2012) define: "El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia" (p. 3).

En definitiva, el lenguaje permite al estudiante acceder a la Matemática con mayor facilidad, precisión y exactitud a las definiciones propias de la Matemática.

Metodología

La presente investigación es un paradigma de integración de lo cualitativo y cuantitativo, con tendencia contemporánea de la investigación en las Ciencias de la Educación, con un tipo de estudio predominantemente descriptivo.

La población objeto de estudio estuvo conformada por los 40 estudiantes de octavo año paralelo A, de la Unidad Educativa de la ciudad de Riobamba – Ecuador. No se consideró muestra y se trabajó con toda la población por ser pequeña.

Se emplearon los métodos: inductivo y deductivo, pues permitieron obtener resultados específicos de la problemática identificada, lo cual sirvieron para diseñar conclusiones y premisas generales, a partir de los resultados obtenidos.

A este efecto, las técnicas y los instrumentos que se utilizaron para la obtención de datos fueron:

La encuesta fue aplicada a los 26 estudiantes de octavo año E.G.B. La forma como se recolectaron los datos fue mediante la aplicación del cuestionario, la misma constó de 12 preguntas cerradas, se evaluó el grado de conocimiento que tienen los estudiantes sobre el significado, uso y simbología Matemática relacionados al lenguaje matemático, como a su vez conocer el manejo del lenguaje matemático empleado por el docente en sus clases. Cabe mencionar que antes de aplicar el instrumento se analizó la confiabilidad empleando el coeficiente alfa de Cronbach.

Por otra parte, se aplicó la entrevista estructurada a la totalidad de docentes del área de Matemática del octavo año de E.G.B. La entrevista constó de 8 preguntas relacionadas con el aprendizaje de la Matemática. El procedimiento para la tabulación de los datos consistió en encontrar y dar nombre a los patrones generales de respuesta (respuestas similares o comunes), listar estos patrones y después asignar un valor numérico a cada patrón. De esta forma un patrón constituyó una categoría de respuesta.

El procesamiento de los resultados se realizó utilizando una tabulación de los valores, y un análisis descriptivo porcentual de los datos obtenidos gracias a la aplicación de los instrumentos.

Como ya se expuso anteriormente, con la finalidad de mejorar el aprendizaje de la Matemática se elaboró un diccionario con los símbolos matemáticos más utilizados dentro de la lógica Matemática y trigonometría. Para las entradas se tomó en consideración los criterios alfabéticos habituales en los diccionarios terminológicos y la forma como se presentó cada símbolo matemático en el diccionario fue: Presentación del símbolo, lectura, descripción del uso y un ejemplo de aplicación. Al final del diccionario se visualiza la bibliografía utilizada, la cual representa una fuente de referencia para el lector interesado en temas matemáticos determinados.

Resultados

Según George y Mallery manifiestan que el coeficiente alfa de Cronbach calculado para que sea aceptable debe ser mayor a 0,8; el alfa obtenido fue de 0,89; por lo que el instrumento aplicado tuvo un alto grado de confiabilidad. (Ver tabla 1)

Tabla 1. *Confiabilidad del instrumento de recolección de datos*

Alfa de Cronbach	**Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados**	**N de elementos**
0,89	0,794	12

De los resultados obtenidos del cuestionario aplicado a los 26 estudiantes de octavo año de E.G.B, se evidencia lo siguiente:

El 85% de los estudiantes tienen dificultad en la simbología Matemática, el 90% no conocen la utilidad de cada símbolo matemático, y el 78% desconocen el significado matemático. Por tal razón los docentes deben buscar la manera de fomentar el aprendizaje significativo de los símbolos matemáticos, con la metodología adecuada acorde a las necesidades de los estudiantes, invitándole a razonar, crear, y descubrir para llegar a la solución de los problemas, y de esta manera desterrar la formación de estudiantes repetitivos y memorísticos.

En lo referente a la utilización del lenguaje matemático por parte del docente, el 65% de los estudiantes corroboran que el docente utiliza el lenguaje matemático para comunicarse con sus estudiantes, mientras el 35 % no está de acuerdo con esta afirmación. Es necesario resaltar la comunicación de un significado supone una interpretación por parte del receptor, y debe tenerse en cuenta que, a menudo se interpreta incorrectamente el mensaje; por una parte, esa interpretación está influida por el conocimiento del lenguaje, por la valoración de lo que se percibe y por la propia representación de la situación. Por lo tanto es necesario inmiscuir paulatinamente el lenguaje matemático en las clases de Matemática, para no tener dificultad en cursos superiores, como también evitar el rechazo de la asignatura por parte de los estudiantes; no está por demás considerar que el docente nunca debe dejar de lado el lenguaje común para corregir el lenguaje matemático.

En la pregunta referida al empleo de la simbología para la resolución de problemas matemáticos, el 23% de los estudiantes manifiestan que el docente si emplea símbolos matemáticos para la resolución de problemas, mientras el 77% expresan no haber visto al docente resolver problemas empleando la simbología matemática. Cabe mencionar el razonamiento matemático se constituye en un elemento del proceso en el que se formulan y resuelven problemas matemáticos. Estas instancias, la comunicación y el razonamiento, se presentarán y darán importancia al hecho de permitir que los estudiantes hablen de la Matemática.

Por otra parte el 65% de los estudiantes coinciden, el docente de Matemática domina adecuadamente el lenguaje verbal, simbólico y gráfico en el desarrollo de su clase, mientras el 35% están en desacuerdo con esta afirmación. El objetivo de la enseñanza de la

Matemática es la trasmisión de las ideas y la elaboración conjunta de conceptos con los estudiantes. En este proceso, influye el vocabulario que se utiliza, el cual debe ser el apropiado, los símbolos matemáticos comprendidos previamente y la lectura e interpretación coherente de distintos tipos de materiales.
Y finalmente el 85% de los estudiantes investigados afirman que tienen dificultad en la interpretación de símbolos matemáticos como de su utilidad, mientras el 15% manifiestan lo contrario. De esto se deduce para el entendimiento de los contenidos de Matemática es necesario comprender su lenguaje, el estudiante debe imaginar primero los entes abstractos para interiorizar su simbología y luego prueben alguna cuestión Matemática adecuada a su nivel, los docentes de Matemática deberían no solo presentar la simbología sino, deberían detallar sus caracteres, orígenes, símbolos, nombres y significados.

Por todo lo antes expuesto y por la experiencia realizada en la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz y al nivel de Octavo Año de Educación General Básica, se detectó un desconocimiento casi general, de los elementos en la construcción del lenguaje matemático, como es el rigor en el simbolismo, seguridad en el análisis de gráficos, establecimiento de relaciones; esto es consecuencia a que en ocasiones el docente utiliza el lenguaje específico para la enseñanza de la Matemática.

Además fue necesario conocer el criterio de algunos docentes de matemática que laboran en la institución, a través de una ficha de entrevista con la finalidad de corroborar lo manifestado por los estudiantes. Como se evidencia en la tabla 2 en las categorías de conocimiento (1 y 2), habilidades (3 y 4) y actitudes (5 y 6), todos los docentes de Matemática coinciden que los estudiantes no poseen una capacidad de análisis y síntesis, lo cual limita a tener un pensamiento crítico, por la falta de un buen conocimiento del lenguaje matemático. Además la actitud presentada por los estudiantes es el desinterés total por aprender y sobre todo la apatía por el gusto hacia la Matemática.

Tabla 2. *Codificación de preguntas abiertas presentadas en la guía de entrevista*

Código	**Categorías (patrones o respuestas con mayor frecuencia de mención)**	**Frecuencia de mención**
1	Dificultad de comprensión conceptos básicos	4
2	Desconocimiento del lenguaje matemático en los estudiantes	4
3	Ausencia del pensamiento crítico	4
4	Falta de capacidad de identificar y resolver problemas	4
5	Desinterés por aprender la Matemática	4
6	Apatía hacia el gusto de la Matemática	4

Conclusiones

Del cuestionario aplicado se concluye que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión e interpretación de símbolos de la lógica Matemática, desconociendo su significado, la utilidad al momento de realizar definiciones, supuestos y resolución de problemas.

Además los estudiantes afirman, el docente es limitado a la hora de utilizar el lenguaje matemático. Esto es contraproducente al momento que el estudiante necesite realizar un análisis y síntesis utilizando simbología Matemática para la resolución de problemas, pues la función esencial del lenguaje Matemático, es la comunicación, o sea, la posibilidad de comunicarse mediante signos.

Según los datos reflejados de la entrevista, el docente confirma el desinterés de los estudiantes por la utilización de símbolos lógico matemático y símbolos trigonométricos, ésta causa se fundamenta en que casi todos los estudiantes sientan una apatía hacia la Matemática, provocando un total decrecimiento en el aprendizaje de las temáticas antes expuestas.

Con los resultados descritos, se vio pertinente la elaboración de un diccionario que contenga símbolos relacionados con la lógica matemática y trigonometría, lo cual permitirá al estudiante asimilar de mejor manera todos los conocimientos, ayudándoles a ser más consistente en su análisis, síntesis y resolución de problemas. Por tal razón sugiero la utilización de esta obra como un nexo entre los textos empleados en los años de Educación General Básica y Bachillerato.

Referencias Bibliográficas

George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference. 11.0 update (4th ed.)*. Boston: Allyn & Bacon.

Gómez, J. (2010). *Hacer Matemática es una forma de pensar y observar el mundo. Faro de Vigo*. Recuperado de http://www.farodevigo.es/sociedad-cultura/2010/12/16/gomez-matematicas-forma-pensar-observar-mundo/500814.html

Coordinación de Investigación Educativa del INEVAL (2014). *Informe Ser Estudiante 2013: primeros resultados Nacionales. Publicaciones INEVAL*. Recuperado de http://www.evaluacion.gob.ec/resultados/SE-informes

Puig, L. (2012). *Signos, textos y sistemas matemáticos en signos*. Recuperado de http://www.cuaed.unam.mx/math_media/anexos/articulos/Signos_Textos_sistemas_matematicos.pdf

Puga, L. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemàtico y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Red de Revistas Cientificas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*, 20, 197-220.

Suárez, F. (2016). *Estructura del Lenguaje Verbal.* Recuperado de https://es.scribd.com/doc/164457051/Tema-2-Estructura-Del-Lenguaje-Verbal

Schunk, H. (2012). *Teorías del aprendizaje.* México: Pearson Educación.

Rosich, N., Nuñez, J., & Fernandez, J. (2014). *Matemática y deficiencia sensorial.* España: Síntesis, S.A.

Vargas, R. (2016). Habilidades en lecto-escritura matemática en estudiantes del para ciencias de la Salud. Prueba de sondeo. *Revista Iberoaméricana de Educación Matemática Unión*, *45*, 61-75.

Enseñanza De Ecuaciones Cuadráticas Mediante La Resolución De Problemas Con Estudiantes De Bachillerato

Saúl Elizarrarás Baena
Escuela Normal Superior de México

Resumen
Este estudio de tipo cualitativo (Martínez, 2008) forma parte de una investigación más amplia que se realizó con un grupo principal estaba compuesto de un aproximado de cuarenta y ocho estudiantes, a quienes se les proporcionó un cuestionario con ocho reactivos relacionados con problemas matemáticos tomados del Libro para el Maestro de Secundaria publicado por la Secretaría de Educación Pública (2001), los cuales se resuelven mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y de cuya relación, se obtiene una ecuación cuadrática. Cabe señalar que hubo ausencia de conocimientos previos y en el mejor de los casos, los estudiantes manifestaban conocimientos frágiles u olvidados (Perkins, 1997). Así, la enseñanza formuló preguntas guía (Eggen & Kauchak, 2005) que permitieran a los estudiantes dar sentido al planteamiento algebraico y desarrollar los procedimientos algebraicos correspondientes; no obstante, el docente no pudo suplir su función de dador por la de mediador del conocimiento matemático.

Palabras clave: Enseñanza, comprensión, resolución problemas, ecuación cuadrática.

Introducción

Actualmente, la función docente se enmarca en un conjunto de competencias propuestas a nivel Federal por la Secretaría de Educación Pública (2008b). En este sentido, al reafirmar el tema de ecuaciones cuadráticas (cuyo aprendizaje se debió haber dado desde tercero de secundaria) mediante la resolución de problemas referidos a situaciones y contextos diversos, se consideró pertinente caracterizar el desarrollo de algunas de las competencias genéricas tales como: se expresa y se comunica, piensa crítica y reflexivamente, aprende de forma autónoma y trabaja de forma colaborativa que señala la Secretaría de Educación Pública (2008a); lo anterior, considerado conocimiento previo para la resolución de problemas de optimización sin cálculo como tema inicial de la materia de Cálculo Diferencial del programa de estudios vigente para el Bachillerato General dependiente de la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado de México (2008).

A modo de diagnóstico, en las reuniones de Trabajo Colegiado, las orientadoras de tercer grado reportaron que el 59% de los estudiantes carecían del nivel de desarrollo de habilidades matemáticas y el resto, no alcanzaban niveles de excelencia, lo cual fue ratificado por profesoras del campo disciplinar de Ciencias Naturales y Experimentales quienes comentaron que no dominaban las leyes de los signos ni despejes básicos; por lo tanto, se esperaba incidir de forma inmediata, gradual y sistemática en el desarrollo de algunas de las competencias disciplinares extendidas para estudiantes de bachillerato general que propone la Secretaría de Educación Pública (2009):

> Las competencias disciplinares extendidas para este campo del conocimiento corresponden a las competencias disciplinares básicas previstas en el artículo 7 del Acuerdo 444, y son las siguientes:
>
> 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

2. Formula y resuelve problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. (p. 4)

En la parte central del documento, se muestra el análisis de algunos de los resultados obtenidos con la instrumentación de sesiones de enseñanza que se llevaron a cabo bajo las condiciones y situaciones que de forma regular suelen presentarse en el aula con grupos numerosos de estudiantes que deben ser atendidos por un profesor. El objetivo de este estudio fue identificar dificultades para la enseñanza y la comprensión de estudiantes de bachillerato al resolver problemas sobre ecuaciones cuadráticas.

Investigaciones previas

A continuación, se presentan dos aportaciones cuyas secuencias didácticas fueron desarrolladas por parte de los propios investigadores, cuyo método tiene estrecha relación con la interpretación de la intervención de la enseñanza que aquí se reporta.

Posadas (2013) desarrolló en una unidad didáctica los tipos de ecuaciones de segundo grado (completas e incompletas), así como la resolución de problemas contextualizados mediante ecuaciones de segundo grado; lo anterior requirió de siete sesiones que incluyeron explicaciones, ejercicios, prueba de evaluación formativa sobre la comprensión y un examen sobre los contenidos del bloque de álgebra, incluyendo las ecuaciones cuadráticas. La autora refiere que la reconstrucción de un significado de referencia didáctico-matemático amplio permite la introducción progresiva de propuestas de cambio fundamentadas, también reconoce condicionamientos difíciles de superar pero objetos de conciencia: tiempo asignado, material de aprendizaje (libro de texto), así como una concepción implícita de entender la matemática y su enseñanza.

Por su parte, Cruz (2008) reconoce la problemática de utilizar la factorización como método general al resolver ecuaciones cuadráticas, por lo que propone una forma de encontrar dos números de los cuales se conoce su suma y su multiplicación desde un entorno numérico y geométrico, este conocimiento es utilizado para factorizar cualquier trinomio cuadrado, lo cual le permitió superar el discurso escolar del ensayo y error, así como significar y resignificar la solución de ecuaciones cuadráticas con cualquier tipo de raíz en diferentes contextos: numérico, geométrico, algebraico y su aplicación.

Referentes teóricos, metodológicos y de organización

Como el tema de ecuaciones cuadráticas era un antecedente para estudiantes de bachillerato de quinto semestre, se esperaba que propusieran un procedimiento más o menos formal para resolver cada uno de los problemas y que comunicaran la información matemática implícita, posteriormente que socializaran sus estrategias de resolución con la finalidad de que pudieran argumentar sus procedimientos (Duval, 1999). No obstante, en función de la experiencia docente, también se tenía previsto que pudieran transitar de un procedimiento informal hacia la forma convencional que se utiliza para resolver este tipo de problemas o por el contrario, que el desempeño de los estudiantes pudiera caracterizarse por los conocimientos frágiles, olvidados, inertes, ingenuos y rituales (Perkins, 1997).

En este estudio de tipo cualitativo (Martínez, 2008), se asumió como enfoque metodológico a la Etnografía Educativa, cuyo método principal fue la observación participante (Woods, 1998), es decir, el investigador realizaba funciones de docencia. Se diseñó un cuestionario de exploración compuesto por ocho reactivos de pregunta abierta, cada uno referido a situaciones y contextos diversos, cuya resolución formal implicaba el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y derivado de estas, se formulaba una ecuación cuadrática. Los estudiantes contestaron el instrumento en equipos de tres personas en un tiempo aproximado de dos sesiones de cincuenta minutos cada una, cuya finalidad de que pudieran movilizar sus conocimientos previos en forma conjunta. Posteriormente, se les pidió a algunos de los equipos que presentaran ante el grupo su procedimiento y al no obtener la participación idónea de su parte, la enseñanza intervino para guiar la resolución del problema mediante el planteamiento de preguntas guía (Heggen & Kauchak, 2005).

Planificación e intervención de la enseñanza

Las situaciones planteadas en el cuestionario refirieron a contextos diversos, conocimientos y habilidades algebraicas e incluso, de tipo geométrico. El docente pidió a los estudiantes que se reunieran en equipos de tres personas para que resolvieran los problemas del cuestionario, pero como no pudieron plantear el sistema de ecuaciones correspondiente y sólo en algunos casos pudieron aportar procedimientos basados en el ensayo y el error (ver Imagen 1).

a) Varios amigos ganan 90 canicas, pero deciden compartirlas con un amigo más, por lo que a cada uno le tocan 3 canicas menos. ¿Cuántos amigos eran?

PROCEDIMIENTO UTILIZADO:

$90/9 = 10$ $\quad$ $90/10 = 9$

..... $\quad$ .....

$90 / 5 = 18$ $\quad$ $90/6 = 15$

Imagen 1. Ejemplo de respuesta mediante ensayo y error.

Posteriormente, se les formularon preguntas que les permitieran dar resolución a cada uno de los problemas, lo cual ocasionó que surgieran peticiones para que primero se les explicara de forma directa el procedimiento y sólo así, ellos estarían en condiciones de resolver los demás. En la imagen 2, se muestra el primero de los problemas y posteriormente, su resolución respectiva.

c) Un terreno rectangular tiene un perímetro de 88 m y un área de 475 m^2. ¿Cuáles son sus dimensiones?

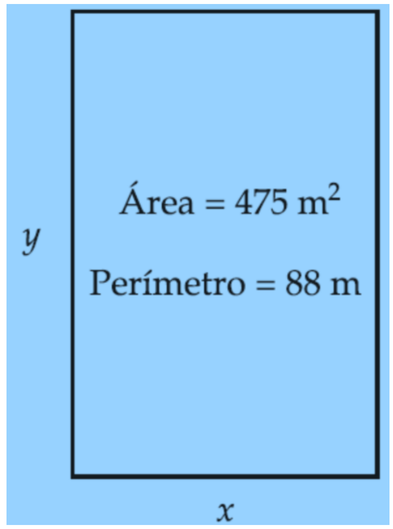


Imagen 2. Ejemplo de problema planteado en el cuestionario.

En los pasajes siguientes, se muestra como el profesor (P) guió a los estudiantes (E_n) para la resolución grupal del problema.

P: ¿Qué denotan las variables x, y?

E_2: "x" es la base del rectángulo, "y": la altura.

P: ¿Cómo expresan el área del rectángulo?

E_2: Área es igual a base por altura.

P: ¿Y en términos de las variables y del valor del área conocida?

E_{20}: (x)(y) = 475

P: Bien. Ahora, ¿cómo expresamos el perímetro?

E_{20}: 2x + 2y = 88

P: Primero, vamos a resolverlo en forma aritmética. ¿Cuáles podrían ser los valores numéricos de "x" y de "y" que cumplan con la condición de que el área es de 475 metros cuadrados y el perímetro de 88 metros? [A pesar de que se dio un tiempo de aproximadamente cinco minutos para que los alumnos pudieran movilizar sus conocimientos previos, no hubo respuesta de parte de ellos].

E_6: ¡No entiendo!

P: A ver, para que me entiendan, vamos a organizar los datos en una tabla. Ahora bien, si x = 1, ¿cuánto debe valer "y" para que el área sea de 475 metros cuadrados?

E_{22}: 475

P: ¿Cómo obtenemos el perímetro? ¿Cuál es su valor numérico?

E_{39}: Tenemos que multiplicar por dos tanto a 1 como a 475 y después, sumarlo?

P: Por favor, pasa a desarrollarlo. Mientras su compañero hace el cálculo correspondiente en el pizarrón, ¿me podrían decir cuál es el valor numérico que debe satisfacer el perímetro?

E_{22}: Debe ser igual a 88.

P: ¿Por qué no coincide? [Ningún alumno responde]. A ver, si ahora x = 2, ¿cuánto debe valer "y" para que el área sea 475?

E_2: La mitad.

P: La mitad, bien. Pasa al pizarrón a calcular el perímetro. [En el pizarrón se anotó la tabla 1].

Tabla 1. Resolución aritmética del problema.

x	y	A= (x)(y)	P = 2x + 2y
1	475	A = (1) (475) = 475	P = (2)(1) + (2)(475) = 2 + 950 = 952
2	237.5	A = (2)(237.5) = 475	P = (2)(2) + (2)(237.5) = 4 + 475 = 479

P: ¿Qué está pasando con el perímetro?

E_7: Bajó.

P: Disminuyó. ¿Qué ocurrirá si el valor de "x" aumenta a tres?

E_7: Va a bajar más.

P: A ver háganlo y de ser así, continúen con otros valores. [Se hace una pausa]. ¿Cuál es el valor numérico que debemos obtener para el perímetro?

E_{11}: Ochenta y ocho.

P: Ochenta y ocho, ¿verdad? [Transcurrieron aproximadamente diez minutos].

E_{20}: Ya terminamos profesor.

P: Nos pueden decir, ¿cuánto debe valer la base y la altura para que el área sea de 475 metros cuadrados y el perímetro de 88 metros?

E_{20}: Diecinueve y veinticinco.

P: Bien. Cerciórense todos, de estos resultados. [Transcurrió un aproximado de cinco minutos]. Bueno, ahora vamos a resolverlo algebraicamente. Hasta ahora, lo que hemos hecho lo vamos a llamar como planteamiento del problema. Vamos a llamar ecuación uno al área del rectángulo, sabemos que es 475, ¿cómo la vamos a expresar?

E_2: $475 = (x)(y)$

P: ¿Y el perímetro cómo lo vamos a expresar?

E_2: $88 = 2x + 2y$

P: Bien, está será nuestra ecuación dos. ¿Qué debemos hacer para resolver este sistema de ecuaciones? [Ningún alumno responde]. Recuerden que cuando tenemos un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, tenemos que despejar una de las variables; en este caso, lo haremos con la variable “y” de la ecuación dos. ¿Cómo lo haríamos?

E_{39}: Quedaría ochenta y ocho menos dos “ye” y luego, lo dividiríamos entre dos.

P: Bien. [Escribe en el pizarrón $y = \frac{88-2x}{2}$]. Ahora, a esta expresión la llamaremos tres; ¿podremos simplificarla para facilitar el procedimiento? [Ningún alumno contesta]. Vean, si dividimos cada término entre dos, ¿cómo quedaría?

E_{39}: $y = 44 – x$

P: ¿Cómo puedo relacionarlo con la ecuación uno? [Ningún alumno contesta]. Lo que tenemos que hacer es sustituir la expresión tres en la uno, es decir, en lugar de escribir “y”, pondré lo que vale [Escribe en el pizarrón $475 = (x)(44 – x)$]. Ahora, ¿Cómo creen que debo calcular “ye”? [Nuevamente, nadie contesta]. Bueno, fíjense: primero, voy a multiplicar a “x” por cada término del binomio… [En el pizarrón, quedó escrito: $475 = 44x – x^2$]; después, pasaré a ambos términos del lado izquierdo de la igualdad [Escribió: $x^2 – 44x + 475 = 0$]; antes de continuar, quiero que me digan, ¿para qué me va a servir esta expresión algebraica? [Hace una pausa] ¿Cómo puedo calcular el valor de "x"? [No hubo respuesta]; bueno, lo que obtuvimos fue una ecuación cuadrática y para resolverla tenemos que factorizarla, abrimos dos paréntesis y... [Interrumpe un alumno].

E_{22}: Se calcula la raíz cuadrada de "x" al cuadrado.

P: Bien y luego, ¿qué hago?

E_{22}: Se anota dentro de los dos paréntesis. [Al mismo tiempo, el profesor anotó en el pizarrón: (x)(x) = 0]

P: ¿Y después?

E_{22}: No me acuerdo.

P: Bueno, tenemos que buscar dos números que sumados nos dé el coeficiente del término lineal y multiplicados el coeficiente del término independiente, con todo y sus signos para ambos casos. [Escribe en el pizarron: ( )( ) = __ ( ) + ( ) = _]. ¿Cuál número debo escribir aquí [señala el producto] y cuál acá [señala la suma]?

E_{11}: En la multiplicación cuatrocientos setenta y cinco y en la suma, cuarenta y cuatro.

P: ¿Sin el signo?

E_{11}: Negativo.

P: Negativo cuarenta y cuatro. Entonces, ¿cuáles son esos números? [Nadie contesta]. ¿Cuáles valores habíamos dicho que se obtenían para la base y la altura del rectángulo?

E_{20}: Diecinueve y veinticinco.

P: ¿Esos números podrían ser los que andamos buscando? [No hubo respuesta en lo inmediato y los alumnos parecían ya estar desesperados]. A ver, si lo sustituyo en los paréntesis, díganme si se cumple o no. [Escribe en el pizarrón:

$$(19)(25) = 475, \quad (19) + (25) = -44]$$

E_{22}: En la multiplicación sí, pero en la suma no.

P: Entonces, ¿qué debo hacer?

E_{39}: Poner signo negativo a los dos. [El profesor agrega el signo negativo y quedó como sigue: $(-19)(-25) = 475$, $(-19) + (-25) = -44$]

P: Ahora, ¿Ya se cumple?

E_t: Sí. [Contestaron varios alumnos (as) simultáneamente]

P: Bien. Finalmente, despejamos cada uno de los factores para obtener de forma explícita cada uno de los valores de "x" [Escribe en el pizarrón:

$$\frac{(x-19)(x-25)}{(x-19)} = \frac{0}{(x-19)}$$ Propiedad inversa multiplicativa

$(x_1 - 25) = 0$ Propiedad cancelativa

$x_1 - 25 + 25 = 25$ Propiedad aditiva

$x_1 = 25$ Propiedad cancelativa]

E_{30}: No entendí.

P: Ah, lo que pasa es que tenemos que dividir entre uno de los factores para que así, pueda despejar la "x" del otro factor, a esto se le conoce como propiedad del inverso multiplicativo y sólo así, se mantiene la igualdad; luego aplicamos la propiedad cancelativa y como del otro lado, tenemos cero entre el factor, el resultado sigue siendo cero. Enseguida, despejamos "x" y lo que se obtiene es positivo veinticinco; aquí apliqué la propiedad aditiva.

P: Lo mismo deben hacer para el otro factor.

E_{30}: Ya entendí.

P: Copien lo que está en el pizarrón y hagan lo mismo con el otro factor. De tarea van a resolver los demás problemas.

E_6: ¿De qué manera?

P: De las dos, tanto en forma aritmética como algebraica.

E_6: Esta muy difícil, mejor sólo de la primera.

E_{11}: Sí, sólo de la primera.

P: Deben hacerlo de las dos formas para que vean cuál procedimiento es más rápido.

En la imagen 3, se muestra otro de los problemas que fue resuelto mediante la guía del profesor, ya que los estudiantes tampoco lograron o no quisieron interpretar los datos proporcionados conforme al planteamiento algebraico correspondiente.

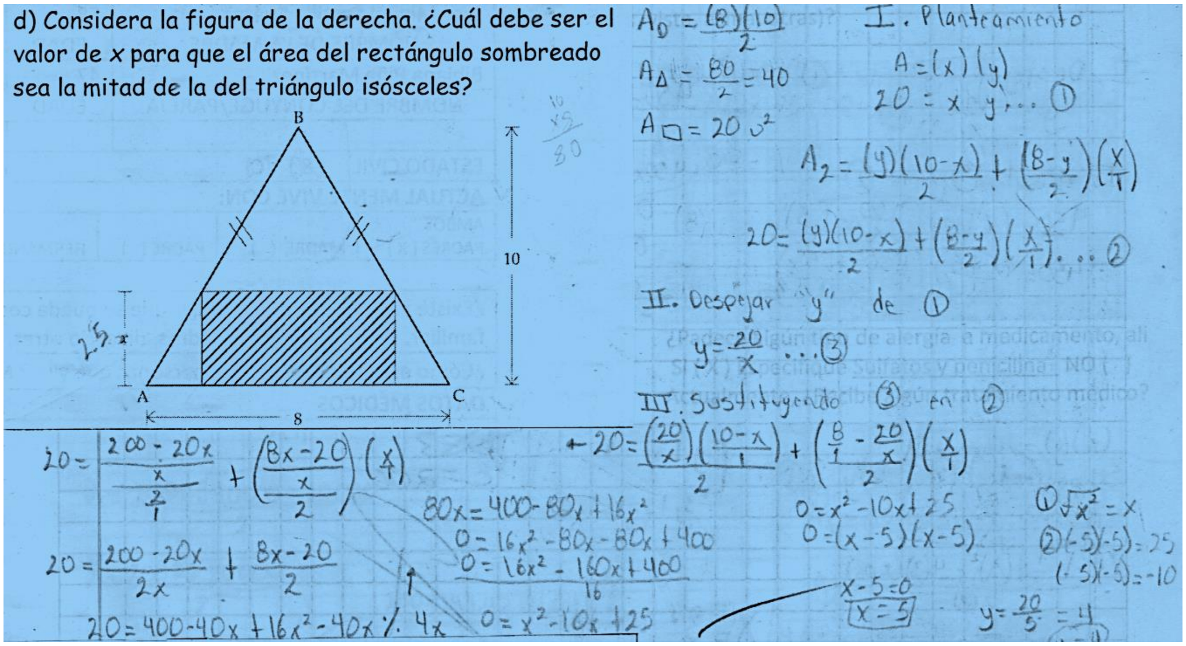


Imagen 3. Ejemplo de problema que fue resuelto en forma grupal.

En la imagen 4 se muestra el procedimiento utilizado por uno de los equipos, quienes formularon de modo correcto el planteamiento del problema pero en cuyo procedimiento de resolución se puede identificar el error procedimental referido al uso adecuado de las propiedades de la igualdad; en particular, omitieron aplicar el inverso aditivo al despejar la unidad de la variable “y” en la ecuación 2.

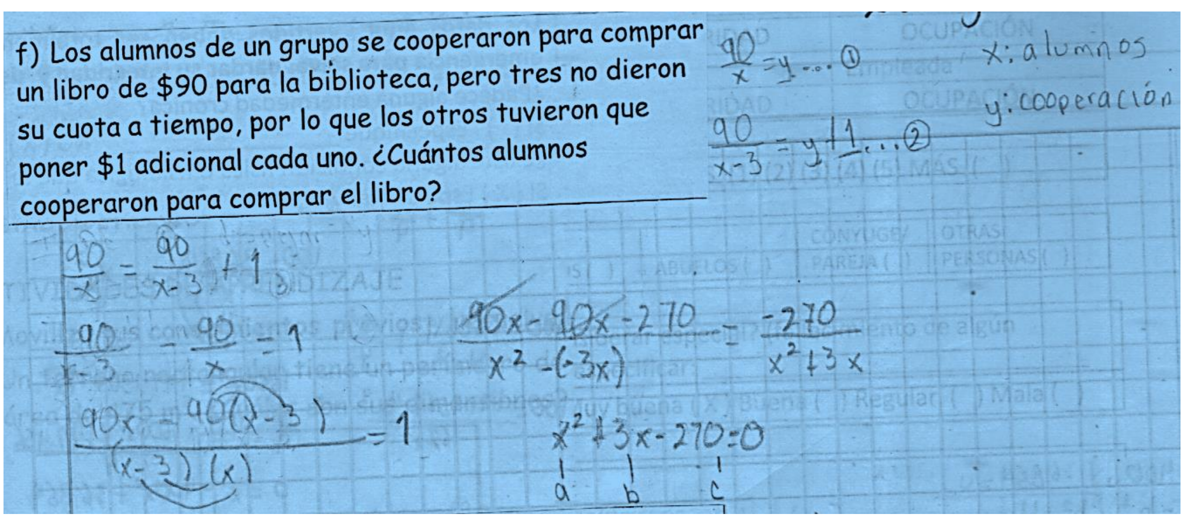


Imagen 4. Ejemplo de problema resuelto por uno de los equipos.

A modo de conclusiones

De modo particular, se puso de manifiesto que los estudiantes tuvieron dificultades de comprensión relacionadas no sólo con los conceptos matemáticos implicados sino también con la capacidad de traducir en lenguaje algebraico los datos contenidos en cada uno de los problemas propuestos, más aun cuando el contexto del que se trató fue el de tipo geométrico, pues ya no sólo la deducción fue un impedimento sino también otras habilidades matemáticas como la imaginación espacial, la estimación, el cálculo mental y la medición. Así, cuando los estudiantes carecen de conocimientos previos y/o de escaso desarrollo de habilidades matemáticas, la comprensión de temas relacionados con el Cálculo Diferencial se promete difícil y más aún cuando sus actitudes hacia el aprendizaje no son las deseables. En estos casos, el docente se enfrenta ante la disyuntiva de iniciar con la enseñanza de antecedentes conceptuales y procedimentales, lo cual traerá como consecuencia que se reduzca el número de sesiones para los contenidos programados en la materia de Cálculo Diferencial o bien, proceder con el tratamiento directo de los contenidos del programa oficial.

Las circunstancias descritas impiden al docente desempeñarse de forma idónea conforme a las competencias docentes que enmarcan su práctica educativa y en consecuencia, su función de mediador del conocimiento se posterga, toda vez que la concepción pedagógica actual representa mayores responsabilidades y compromisos para el aprendizaje de los estudiantes.

Aquí lo que se propone es tratar temas selectos e incorporarlos de forma estratégica en el aula, cuya finalidad es que en la medida de lo posible y de modo gradual, se pueda aminorar el rezago educativo de los alumnos. De hecho, la resolución de problemas sobre ecuaciones cuadráticas permite tratar otros contenidos matemáticos como los correspondientes a la Geometría e incluso, de otras disciplinas como la Física, pues se pueden resolver problemas relacionados con la velocidad de un móvil.

Referencias

Cruz, E. (2008). *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática* (Tesis de Maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México. Recuperada de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Eggen, P. D., & Kauchak, D. P. (2005). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. México: FCE.

Martínez, M. (2008). *Epistemología y metodología cualitativa en las ciencias sociales*. México: Trillas.

Perkins, D. (1997). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. España: Gedisa.

Posadas, P. (2013). *Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre ecuaciones de segundo grado en 3º de educación secundaria obligatoria* (Trabajo final de

Master no publicado). Universidad de Granada, España. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/

Secretaría de Educación del Gobierno del Estado de México (2008). *Programa de Estudios de la Materia de Cálculo Diferencial, quinto semestre. Bachillerato General del Gobierno del Estado de México*. Estado de México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2001). *Libro para el maestro. Matemáticas. Secundaria*. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2008a). *Acuerdo 444 por el que se establecen las competencias disciplinares extendidas del Bachillerato General*. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2008b). *Acuerdo 447 por el que se establecen las competencias docentes para quienes imparten educación media superior en la modalidad escolarizada*. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2009). *Acuerdo 486 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato*. México: Autor.

Woods, P. (1998). *La escuela por dentro. La Etnografía en la investigación educativa*. España: Paidós.

Factores Asociados A Resultados De Una Prueba De Razonamiento Estadístico En Estudiantes De Nivel Superior De México

Abraham Flores, Jesús Pinto
abrahamifc@gmail.com, jesuspintososa@gmail.com
Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen

En ocasiones los estudiantes que egresan del nivel medio superior no han desarrollado el razonamiento estadístico necesario para comprender temas más complejos a nivel superior. Es importante conocer cuáles son los factores que podrían explicar dicho fenómeno. En este estudio se administró un cuestionario sobre razonamiento estadístico a estudiantes de primer año de licenciatura para conocer si sus respuestas tenían asociación con el género, tipo de escuela de egreso de bachillerato o la reprobación previa de matemáticas. En la muestra de 97 estudiantes se encontraron dificultades para comprender medidas de tendencia central, valores atípicos y representación gráfica, así como fortalezas en los conceptos de muestra y probabilidad. Ninguno de los factores estudiados tuvo asociación significativa con las respuestas de la prueba. Es posible que existan otros factores que podrían estar asociados con las respuestas del cuestionario.

Palabras Clave: Razonamiento estadístico, conocimiento estadístico, evaluación, Estadística, educación superior

Introducción

Cuando los estudiantes egresan del nivel medio superior no siempre se encuentran preparados para comprender el contenido temático relacionado a Estadística Inferencial de un plan de estudios de nivel superior, lo cual entorpece el desempeño estudiantil y la labor docente. En relación a esto, Batanero (2002) menciona, sobre los retos de lo que denomina la formación de una cultura Estadística, que existe una problemática educativa relacionada a la incorporación de la Estadística en la escuela, asimismo indica que los alumnos llegan al nivel universitario sin los conocimientos básicos de Estadística, por lo que los profesores de este nivel ante la necesidad de repetir estos temas aceleran las explicaciones de Estadística inferencial, que son de mayor utilidad para los alumnos, incrementando la desmotivación de estos para aprender Estadística.

Es importante identificar cuáles son los factores que están asociados al desempeño académico de los estudiantes relacionados a contenidos de Estadística antes de iniciar un curso con temas más complejos característicos del nivel superior, de tal manera que se amplíe el panorama y el contexto de la situación en el que se encuentran los estudiantes y permita incidir de manera positiva en investigaciones posteriores.

Antecedentes

Desde el nivel medio superior se esperaría que los estudiantes desarrollen el razonamiento estadístico, definido por Garfield (2002; citado en Inzunsa Cazares, Ramírez, y Vidal, 2013) como:

> …la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones… además, puede implicar conectar un concepto con otro y combinar ideas sobre datos y azar…razonar Estadísticamente significa entender y explicar los procesos estadísticos e interpretar completamente los resultados estadísticos. (p. 180)

Considerando las dificultades en el aprendizaje de la Estadística, las condiciones de su enseñanza en la actualidad y el desarrollo del razonamiento estadístico que se espera en los estudiantes (Garfield y Ben-Zvi, 2007) es necesario contar con herramientas que permitan evaluar el nivel de razonamiento estadístico que tienen los sujetos. Se han planteado instrumentos como el denominado SRA por sus siglas en inglés "*Statistical Reasoning Assessment*" desarrollado y validado como parte del *ChancePlus Project* usado para evaluar la efectividad de un nuevo currículo de Estadística para nivel medio superior (Konold, 1990). Dicho instrumento consta de un cuestionario de opción múltiple de 20 ítems que describen problemas de probabilidad y Estadística y ofrece respuestas de opción múltiple (Garfield, 1998). Un análisis de confiablidad de test-retest tuvo un rendimiento de confiabilidad de 0.70 por el puntaje total de correcto y 0.75 para el puntaje de razonamiento incorrecto (Liu, 1998; citado en Garfield, 1998).

La versión en español de este instrumento fue traducida a este idioma y probado en la Universidad de Granada en el marco de una colaboración para un estudio comparativo de concepciones previas de estudiantes de diferentes países (Batanero, Godino y Navas, 1997; citado en Estrada, Carmen, y Fortuny, 2004). Se compone de ítems que hacen referencia a la comprensión de promedios, probabilidad y frecuencia, dispersión, asociación, muestreo y simetría, interpretación de gráficos y posibilidad de existencia en la muestra de sesgo de equiprobabilidad, "*outcome approach*", errores en el cálculo de promedios, efectos de valores típicos, tamaño de muestra y variabilidad (Estrada, 2011).

Una vez que se ha establecido la prueba que permite evaluar el razonamiento estadístico, es importante considerar la tarea de conocer cuáles son los factores educativos y sociales que se asocian con los puntajes de dicha prueba, ya que hasta el momento las investigaciones se han centrado en medir el conocimiento estadístico y compararlo los resultados con los de otros estudiantes, sin considerar la exploración del por qué existen diferencias en dichos resultados obtenidos. Con base en esto se podría utilizar la información obtenida para profundizar en las causas de las dificultades para aprender Estadística.

El objetivo de este trabajo fue determinar cuáles son algunos de los factores que están asociados con los puntajes de una prueba de razonamiento estadístico en estudiantes de Licenciatura que no han cursado la materia de Estadística.

Método

Se realizó un estudio transversal y descriptivo durante el período escolar del 2015 para evaluar el razonamiento estadístico de estudiantes de licenciatura que no hayan cursado la materia de Estadística durante este nivel educativo; posteriormente se asociaron los resultados de esta prueba con algunos factores sociales y académicos de los estudiantes. La población de estudio fueron estudiantes regulares de una universidad particular de la ciudad de Mérida, Yucatán que al momento del estudio cursaban alguna de las licenciaturas en dicha institución. El tamaño de la muestra se determinó por conveniencia y quedó establecida en 100 estudiantes. La selección de los sujetos de la muestra fue intencional, por la facilidad de algunos maestros para permitir a los estudiantes participar en el estudio.

El instrumento estuvo conformado por dos secciones: la primera con datos de identificación así como preguntas relacionadas a factores sociales y educativos de los estudiantes (género, reprobación previa de matemáticas y adscripción de la escuela de egreso de bachillerato); la segunda sección contenía siete ítems de opción múltiple que valoraban conocimientos sobre probabilidad y Estadística tomados de la versión en español del instrumento SRA "*Statistical Reasoning Assessment*" (tomado de Estrada, 2011). En la tabla 1 se describen cada uno de los temas de Estadística que evaluó cada ítem.

Para el análisis de los datos se utilizó estadística descriptiva y la prueba de chi cuadrado (xi^2) para determinar asociaciones entre factores y los puntajes de la prueba. Se consideró significativo valores de $p<0.05$.

Resultados

Del total de la muestra calculada, tres estudiantes no devolvieron el cuestionario, quedando en total 97 estudiantes que completaron la prueba, de los cuales 58.8% fueron mujeres. La media de edad fue de 21 ± 4 años y el promedio de egreso de bachillerato fue de 7.93 ± .59. La distribución de las carreras de los estudiantes fue la siguiente: Nutrición (n=59, 60.8%), Psicopedagogía (n=33, 34%) y Psicología (n=5, 5.2%). La mayoría de los alumnos fueron del turno matutino (n=69, 71.1%), egresados del nivel medio superior del sistema público (n=64, 66.7%) y con antecedente previo de reprobación en matemáticas (n=61, 62.9%).

Resultados de la prueba SRA

En la tabla 1 se presenta el análisis e interpretación de cada uno de los ítems de la prueba de acuerdo al inciso de respuesta correcta y al inciso que obtuvo mayor frecuencia de respuesta.

Tabla 1 Análisis de las respuestas de los estudiantes

Ítem	Respuesta Correcta	Respuesta con mayor frecuencia	Tema de evaluación	Interpretación
1	d (20.8%),	c (60.4%)	Capacidad de discernir de un valor atípico en un conjunto de datos para ser capaces de calcular la media aritmética	Errores en la observación de datos considerar que un valor atípico altera el resultado de esta medida de tendencia central
2	d (52.1%)	d (52.1%)	Mide la relación	Poco más de la

			entre la probabilidad de un experimento aleatorio y su frecuencia relativa	mitad de los estudiantes posee la capacidad para llevar un término teórico de probabilidad a la realidad expresada mediante un ejemplo
3	d (32.3%)	d (32.3%)	Mide la capacidad para comprender que la probabilidad de un evento oscilará siempre por encima y por debajo del valor teórico	Los términos de probabilidad quedan claros sólo en la tercera parte de la muestra de estudiantes.
4	b (39.6%)	d (40.6%).	Capacidad para elegir un valor que resuma los datos con la inclusión del valor atípico	Existe una confusión sobre la decisión de descartar el valor atípico
5	f (27.7%),	d (28.7%).	Capacidad para estimar un valor central (media) a partir de la representación gráfica para comparar dos distribuciones	Falta de análisis e interpretación de gráficas

			de frecuencias	
6	c (16.8%)	e (67.4%)	Relación entre media, mediana y moda en distribuciones simétricas y asimétricas	Problemas para recodar y comprender la fórmula de medidas de tendencia central y operar con datos
7	b (60.4%)	b (60.4%)	Capacidad de análisis de una situación de la vida cotidiana donde la información viene dada por datos estadísticos	Existe comprensión de conceptos de muestra y conclusiones

Un panorama general de la prueba demuestra que los estudiantes que participaron en el estudio presentan fortalezas en los conceptos de probabilidad y muestra, pero exhiben deficiencias o debilidades en la comprensión de las medidas de tendencia central, valores atípicos e interpretación gráfica.

En la tabla 2 se presenta una clasificación de los alumnos de acuerdo al número de respuestas correctas. Destaca que ningún estudiante haya contestado correctamente los siete ítems de la prueba y que más de la mitad de estos (57.7%) hayan contestado la prueba de manera deficiente de acuerdo a la clasificación propuesta (menos de dos preguntas contestadas correctamente.

Tabla 2 Clasificación de resultados de acuerdo al número de respuestas correctas

	Categorías	n	%
Total Correctas	0 a 2 - Deficiente	56	57.7%
	3 a 4 - Regular	31	32.0%
	5 a 6 - Aceptable	10	10.3%
	7 - Sobresaliente	0	0.0%

Factores asociados a los puntajes de la prueba

En la tabla 3 se muestra el análisis de asociación de las variables de género, reprobación previa de matemáticas y tipo de escuela de la que provienen de bachillerato para cada uno de los ítems de acuerdo a si fue contestado de manera correcta o incorrecta. En ninguno de los casos presentados se reportó asociación significativa de las variables con los puntajes de la prueba.

No obstante, se presentó tendencia a la significancia en asociación para el ítem 1 (valores atípicos y cálculo de la media aritmética) y reprobación previa de matemáticas (xi^2= 3.301, p=0.069), así como en el ítem 4 (valor de resumen de datos con inclusión de valor atípico) y adscripción del bachillerato de egreso (xi^2= 3.342, p=0.068).

Tabla 3 Cantidad de respuestas correctas e incorrectas en cada problema por género

Ítem		Género				Reprobar matemáticas				Adscripción bachillerato de egreso			
		Femenino (n)	Masculino (n)	Xi^2	*p*	Sí (n)	No (n)	Xi^2	*p*	Pública (n)	Privada (n)	Xi^2	*p*
1	Correcto	10	10	0.921	0.337	9	11	3.301	0.069	13	7	0.065	0.799
	Incorrecto	47	29			51	25			51	24		
2	Correcto	27	23	1.250	0.264	32	18	0.100	0.752	33	17	0.090	0.764
	Incorrecto	30	16			28	18			31	14		
3	Correcto	21	10	1.329	0.249	20	11	0.079	0.778	21	10	0.042	0.838
	Incorrecto	36	29			40	25			42	22		
4	Correcto	20	18	0.84	0.35	24	14	0.01	0.91	29	8	3.34	0.06

	Incorrecto	36	22	1	9	36	22	2	4	35	23	2	8
5	Correcto	14	12	0.695	0.405	15	11	0.245	0.621	14	11	1.751	0.186
	Incorrecto	43	25			43	25			48	20		
6	Correcto	8	8	0.802	0.371	9	7	0.395	0.530	10	5	0.001	0.975
	Incorrecto	49	30			51	28			53	26		
7	Correcto	34	24	0.035	0.853	34	24	0.941	0.332	37	20	0.391	0.532
	Incorrecto	23	15			26	12			27	11		

Conclusión

Se comprobó que ninguno de los factores que se estudiaron (género, tipo de adscripción de escuela de egreso del nivel medio superior y reprobación previa de matemáticas) tuvo asociación significativa con las respuestas de los ítems del cuestionario sobre razonamiento estadístico. Sin embargo se reportó tendencia a la significancia en la asociación de dos ítems con factores escolares previos de los estudiantes. Se observó que los estudiantes tuvieron problemas para comprender conceptos de medidas tendencia central, valores atípicos e interpretación gráfica, pero existe mejor comprensión de los términos de probabilidad y muestra. Resalta que aproximadamente seis de cada diez estudiantes (57.7%) haya contestado menos de dos ítems correctamente. Se sugiere diversificar la población de donde se obtiene la muestra, pues en este estudio solo se representa a estudiantes de una escuela particular, así como profundizar en el análisis de las causas que llevan a los estudiantes a ingresar a instituciones de nivel superior sin comprender conceptos estadísticos explorando otros factores sociales, psicológicos o culturales que pudieran estar asociados con el puntaje de la prueba o la respuestas del cuestionario.

Referencias Bibliográficas

Batanero, C. (2002, octubre). *Los retos de la Cultura Estadística*. Trabajo presentado en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires, Argentina.

Estrada, A. (2011). Evaluación de actitudes y conocimientos estadísticos elementales de profesores de educación primaria en formación. In *Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesores*. Granada: Universidad de Granada.

Estrada, A., Carmen, B., & Fortuny, J. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la Estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de La Ciencia*, *22*(2), 263–274.

Garfield, J. (1998). The statistical reasoning assessment: development and validation of a research tool. En *Proceedings of the 5th International Conference on Teaching Statistics* (pp. 781–786).

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics: How Students Learn Statistics Revisited. *International Statistical Review*, *75*(3), 372–396. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x

Inzunsa, S., Ramírez, J., & Vidal, J. (2013). Caracterización del razonamiento estadístico de estudiantes universitarios acerca de las pruebas de hipótesis. *Revista Latinoamericana de*

Investigación En Matemática Educativa, *16*(2), 179–211. https://doi.org/10.12802/relime.13.1622

Konold, C. (1990). *ChancePlus: A Computer-Based Curriculum for Probability and Statistics.* Massachusetts, USA: University of Massachusetts.

Factores Del Aprovechamiento Escolar En Cálculo Diferencial: La Perspectiva De Los Estudiantes

Hugo Moreno Reyes
hmoreno@ciidet.edu.mx
CIIDET

Resumen

Este trabajo presenta el análisis estadístico descriptivo de la aplicación de un instrumento acerca de las percepciones que tienen los estudiantes sobre el éxito-fracaso en el aprendizaje de la asignatura de cálculo diferencial de la carrera de Ingeniería Civil del Tecnológico de Estudios Superiores de Jilotepec (TESJI). Se emplearon escalas de Likert para el éxito-fracaso con 5 puntos de anclaje. Para el procesamiento estadístico de los datos recolectados se utilizó la frecuencia, media aritmética, desviación estándar, así como la corrección de Bessel. Se analizó e interpretó el comportamiento de los datos recolectados a través de la estadística descriptiva con el propósito de identificar los aspectos que consideran los alumnos tienen mayor influencia en su aprendizaje.

Palabras Clave: aprendizaje, matemáticas, educación superior, aprovechamiento escolar

Introducción

El aprendizaje del Cálculo Diferencial es un reto difícil para los estudiantes del Tecnológico de Estudios Superiores de Jilotepec (TESJI), prueba de ello es la baja calificación obtenida por los estudiantes que aprueban esta asignatura así como el alto índice de reprobación. Lo anterior conforma un factor que contribuye a que exista un alto índice de deserción de alumnos durante los primeros tres semestres en las carreras de ingeniería, por lo que realizar investigación educativa nos permite tener una visión mas clara del problema y sus resultados servirnos de base para plantear un proceso de intervención educativa que establezca las estrategias para abatir la reprobación escolar en la asignatura de Cálculo Diferencial.

Planteamiento

Una de las asignaturas que representa mayor dificultad para su aprendizaje es la de Cálculo Diferencial que se imparte en primer semestre, ya que presenta un alto índice de reprobación siendo también uno de los principales factores de la deserción escolar en las carreras de Ingeniería.

De acuerdo con lo anterior es importante mencionar que la adopción en el desarrollo de la investigación de un enfoque interdisciplinario que integre las aportaciones hechas desde la sociología, la pedagogía y la psicología permite tratar la pluridimensionalidad del fenómeno social que representa (Martínez, Rohde y Zalazar, 2011). Por otra parte el bajo aprovechamiento escolar debe analizarse en relación a las condiciones en que se desarrolla. Esto conduce a considerar la interacción entre el contexto sociocultural del alumno, que incluye su contexto familiar y laboral; el propio contexto institucional-educativo, en donde se encuentra el alumno con sus características y organización pedagógicas; y el alumno, con sus características personales.

Normalmente se interpreta el bajo aprovechamiento escolar como el resultado tangible de un rendimiento académico deficiente, caracterizado por la no adquisición en el tiempo fijado de los conocimientos y habilidades marcados en el currículo, sancionándose esta situación con una baja calificación.

De acuerdo a Camarena (1985) se trata indistintamente el rendimiento con el aprovechamiento escolar en el momento que se establecen definiciones operativas para el estudio de la problemática. Para los fines de este trabajo se adoptará la definición vertida por Barbosa (1975) que a la fecha ha tenido bastante aceptación en el contexto latinoamericano como lo indica el mismo Camarena y recientemente Caldera (2007).

Para Barbosa (1975):

> el aprovechamiento escolar puede concebirse como el nivel de conocimientos, habilidades y destrezas que el alumno adquiere durante el proceso enseñanza-aprendizaje; la evaluación de éste se realiza a través de la valoración que el docente hace del aprendizaje de los educandos matriculados en un curso, grado, ciclo o nivel educativo, lo que va a estar en relación con los objetivos y contenidos de los programas y el desempeño de los escolares en todo el proceso mencionado. (p. 67)

En esta tesitura, y de acuerdo con Chadwick (2001) los aprendizajes matemáticos logrados por los estudiantes gradualmente van constituyendo un andamiaje en donde cada conocimiento (sección) va enganchado con las anteriores, de manera que si faltan algunas secciones (algunos conocimientos) ese andamio no podrá dar soporte a los nuevos conocimientos (a las nuevas secciones del andamio). Las ausencias de aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos pueden llevar a dificultades posteriores aún mayores. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se presentan dificultades que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores que no fueron interiorizados de manera suficiente por el estudiante y otras se debe a las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes (Arancibia, Herrera y Strasser, 1999).

De ahí la importancia en las habilidades que los estudiantes deben poseer en cuanto al entendimiento de las matemáticas, a su estructuración abstracta, a su interpretación de los problemas, que por principio requiere una serie de habilidades lingüísticas que implican comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procesos relacionados con la simbolización, representación, aplicación de reglas generales y traducción de un lenguaje a otro. Es en este sentido, que el bajo aprovechamiento escolar en matemáticas, desde la perspectiva de la construcción de conocimiento, está relacionado con la falta de comprensión, representación de los problemas y selección de las operaciones adecuadas. Que por principio, implica la comprensión de un conjunto de conceptos, simbolización, relaciones establecidas y procedimientos, es decir, el dominio de códigos especializados.

Por otra parte, para lograr el desarrollo científico y tecnológico es importante considerar que el buen aprendizaje de las matemáticas es un cimiento sólido, por lo que atender el problema añejo de reprobación en esta área del conocimiento es un detonador importante. Por otro lado, se ha detectado que el uso de bibliografía con lenguaje complicado y una vinculación del contenido matemático a realidades ajenas a los estudiantes son factores que dificultan su aprendizaje (Ruiz, 2008).

Actualmente en el Tecnológico de Estudios Superiores de Jilotepec en colaboración interinstitucional con el Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica, se está desarrollado investigación educativa tendiente a identificar problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el Área de Ciencias Básicas, con el propósito de implementar acciones que resuelvan, mejoren el nivel académico y disminuyan los altos índices de reprobación en las asignaturas de tronco común para las carreras de ingeniería. En este sentido, hay esfuerzos por parte de los docentes y estudiantes que pretenden mejorar el aprendizaje para el alumno y facilitar al docente la promoción activa orientada a la apropiación de conocimientos. Sin embargo, el problema persiste, por lo que es necesario considerar los elementos que favorecen o entorpecen el aprendizaje de las matemáticas, para ello se consideraron las siguientes categorías:

a) Aspectos relacionados con el docente. Se relacionan específicamente con el profesor, desde su perfil académico hasta sus actitudes, creencias y posturas personales, es decir: el ser humano profesor y todo su bagaje.
b) Aspectos relacionados con el estudiante. La transición de un nivel de estudios a otro, durante el cual los alumnos generalmente sufren un proceso de adaptación; la falta de una buena comunicación oral y escrita, bajo nivel de conocimientos

previos y de intuición matemática. Se considera también los aspectos sociales, culturales y económicos.

De acuerdo al programa de estudios vigente denominado Cálculo Diferencial clave ACF-0901 con créditos SATCA (Sistema de Asignación y Transferencia de Créditos Académicos) 3-2-5 del plan 2010 común a las carreras de ingeniería en donde, la característica más sobresaliente de esta asignatura es que en ella se estudian los conceptos sobre los que se construye todo el Cálculo: números reales, variable, función y límite. Utilizando estos tres conceptos se establece uno de los esenciales del Cálculo: la derivada, concepto que permite analizar razones de cambio entre dos variables, noción de trascendental importancia en las aplicaciones de la ingeniería.

Esta asignatura contiene los conceptos básicos y esenciales para cualquier área de la ingeniería y contribuye a desarrollar en el ingeniero un pensamiento lógico, formal, heurístico y algorítmico. En el Cálculo Diferencial el estudiante adquiere los conocimientos necesarios para afrontar con éxito Cálculo Integral, Cálculo Vectorial, Ecuaciones Diferenciales, asignaturas de Física y Ciencias de la Ingeniería. Además, encuentra también, los principios y las bases para el modelado matemático que le permitirán en semestres más avanzados utilizarlo para la resolución de problemas propios de su especialidad.

La asignatura de Cálculo Diferencial inicia con un estudio sobre el conjunto de los números reales y sus propiedades básicas. Esto servirá de sustento para el estudio de las funciones de variable real, tema de la unidad dos. En la tercera unidad se introduce el concepto de límite de una sucesión, caso particular de una función de variable natural. Una vez comprendido el límite de una sucesión se abordan los conceptos de límite y continuidad de una función de variable real. En la unidad cuatro, a partir de los conceptos de incremento y razón de cambio, se desarrolla el concepto de derivada de una función continua de variable real, también se estudian las reglas de derivación más comunes. Finalmente, en la quinta unidad se utiliza la derivada en la solución de problemas de razón de cambio y optimización (máximos y mínimos).

Las Competencias específicas planteadas en la asignatura de Cálculo Diferencial son las siguientes:

- Comprender las propiedades de los números reales para resolver desigualdades de primer y segundo grado con una incógnita y desigualdades con valor absoluto, representando las soluciones en la recta numérica real.
- Comprender el concepto de función real e identificar tipos de funciones, así como aplicar sus propiedades y operaciones.
- Comprender el concepto de límite de funciones y aplicarlo para determinar analíticamente la continuidad de una función en un punto o en un intervalo y mostrar gráficamente los diferentes tipos de discontinuidad.

- Comprender el concepto de derivada para aplicarlo como la herramienta que estudia y analiza la variación de una variable con respecto a otra.
- Aplicar el concepto de la derivada para la solución de problemas de optimización y de variación de funciones y el de diferencial en problemas que requieren de aproximaciones.

Metodología y Análisis de la información

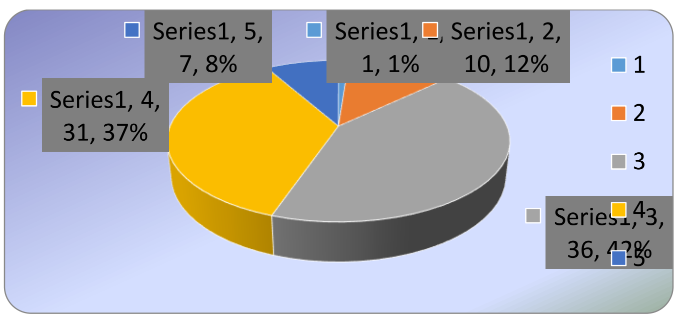
Dado que la percepción de los estudiantes sobre el fenómeno de estudio no es susceptible de observación directa, se requiere de una medición indirecta que proporcione una posición valorativa. En este sentido, se optó por un estudio de encuesta a partir de un instrumento de naturaleza cuantitativa como es la aplicación de un cuestionario confeccionado con base en escalas que permitan medir la consideración que tienen acerca de cada uno de los diferentes aspectos planteados en los ítems. Las escalas de Likert apoyadas de ítems adecuadamente seleccionados posibilitan mediciones válidas, fiables y precisas. El instrumento se integró por treinta ítems, veintinueve ítems de tipo cerrado con una escala de Likert de cinco puntos de anclaje, y un ítem de tipo de respuesta abierta.

El instrumento se diseñó con el objetivo de recolectar las consideraciones acerca de: a) Facilitación de la tarea (ítems 2, 3, 7, 8, 9, 10, 17, 29), b) Competencia del profesor (ítems 18, 19), c) Sesgo del profesor (ítems 11, 12), d) Interés del estudiante (ítems 4, 5, 6, 22), e) Esfuerzo por parte del estudiante (ítems 13, 20, 27, 28), f) Capacidad y preparación (ítems 1, 14, 15, 16, 21, 23, 26), g) Situación económica (ítem 24) y h) Alimentación (ítem 25). A continuación se presentan algunos datos obtenidos de la aplicación del instrumento:

Ítem 1. ¿Cómo consideras las bases de conocimiento que adquiriste en la preparatoria, necesarias para la asignatura de cálculo diferencial de licenciatura?

Tabla 1. Conocimientos adquiridos en la preparatoria (ítem 1)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy malas	1	1
2	Malas	10	12
3	Regulares	36	42
4	Buenas	31	37
5	Excelentes	7	8
Total		85	100



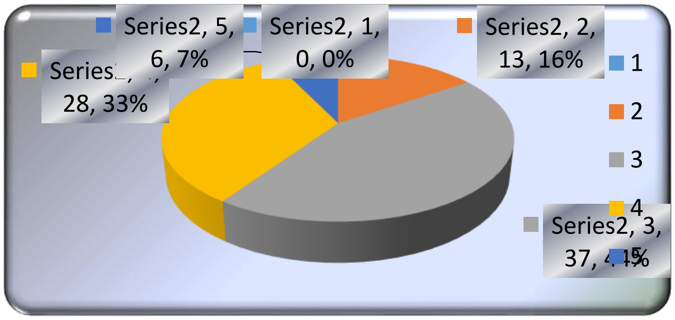
Gráfica 1. Conocimientos adquiridos en la preparatoria (ítem 1)

Ítem 1a. ¿En qué medida consideras que influye el bajo aprovechamiento escolar y reprobación?

Tabla 2. Influencia de los conocimientos adquiridos en la preparatoria (ítem 1a)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Nunca	0	0
2	Muy rara vez	13	16
3	Ocasionalmente	37	44

4	Con mucha frecuencia	28	33
5	Siempre	6	7
Total		84	100

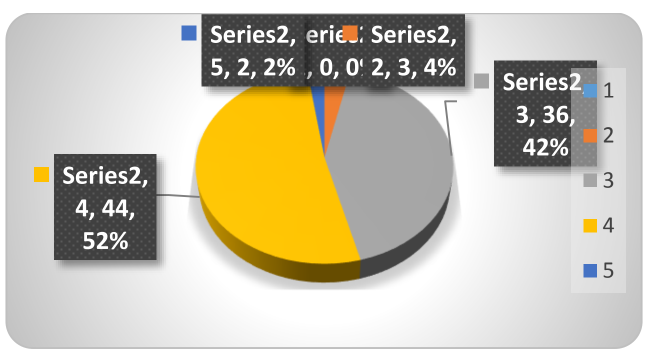


Gráfica 2. Influencia de los conocimientos adquiridos en la preparatoria (ítem 1a)

Ítem 12.- ¿Cómo consideras la correspondencia entre el proceso de enseñanza-aprendizaje y la evaluación realizada en la asignatura?

Tabla 3. Correspondencia proceso de enseñanza y evaluación realizada (ítem 12)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy mala	0	0
2	Mala	3	4
3	Regular	36	42
4	Buena	44	52
5	Excelente	2	2
Total		85	100

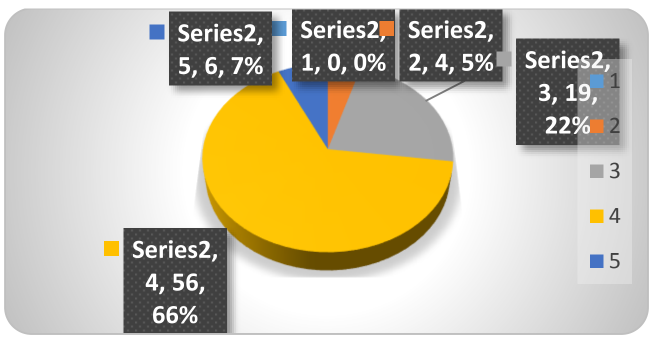


Gráfica 3. Correspondencia proceso de enseñanza y evaluación realizada (ítem 12)

Ítem 13.- ¿Cómo consideras el grado de atención que pones a la clase?

Tabla 4. Grado de atención en clase (ítem 13)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy malo	0	0
2	Malo	4	5
3	Regular	19	22
4	Bueno	56	66
5	Excelente	6	7
Total		85	100

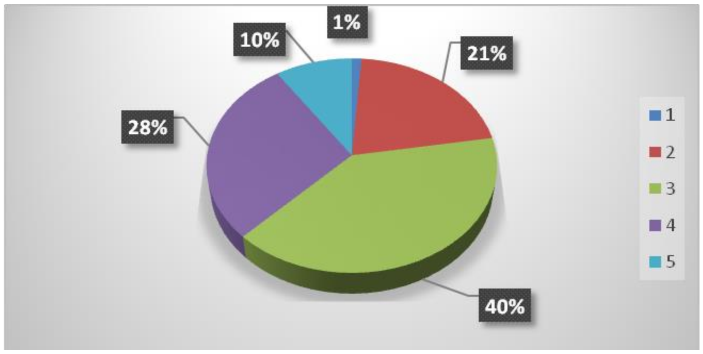


Gráfica 4. Grado de atención en clase (ítem 13)

Ítem 13a). ¿En qué medida consideras que influye el bajo aprovechamiento escolar y reprobación?

Tabla 5. Influencia del grado de atención en clase (ítem 13a)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Nunca	1	1
2	Muy rara vez	18	21
3	Ocasionalmente	34	40
4	Con mucha frecuencia	24	28
5	Siempre	8	10
Total		85	100

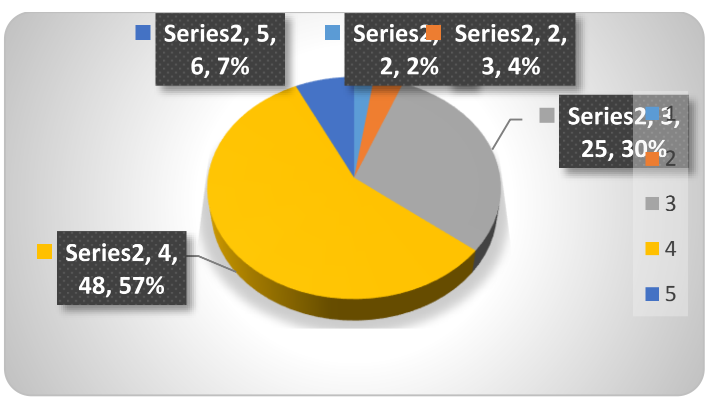


Gráfica 5. Influencia del grado de atención en clase (ítem 13a)

Ítem 22.- ¿Cómo consideras la motivación que presentas para esta asignatura?

Tabla 6. Grado de motivación en la asignatura (ítem 22)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy mala	2	2
2	Mala	3	4
3	Regular	25	30
4	Buena	48	57
5	Excelente	6	7
Total		84	100

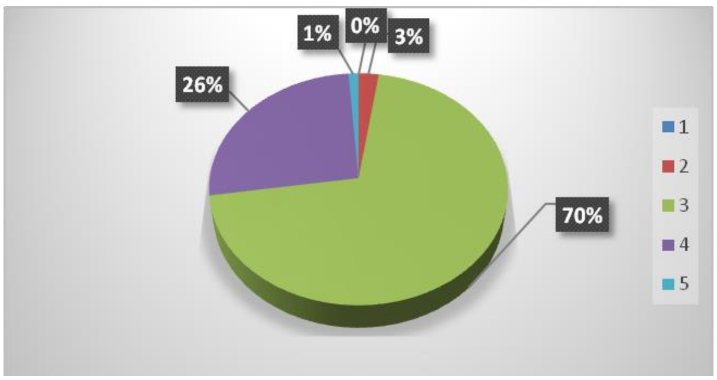


Gráfica 6. Grado de motivación en la asignatura (ítem 22)

Ítem 24.- ¿Cómo consideras la situación económica de tu familia?

Tabla 7. Situación económica (ítem 24)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy mala	0	0
2	Mala	2	3
3	Regular	59	70
4	Buena	22	26
5	Excelente	1	1
Total		84	100

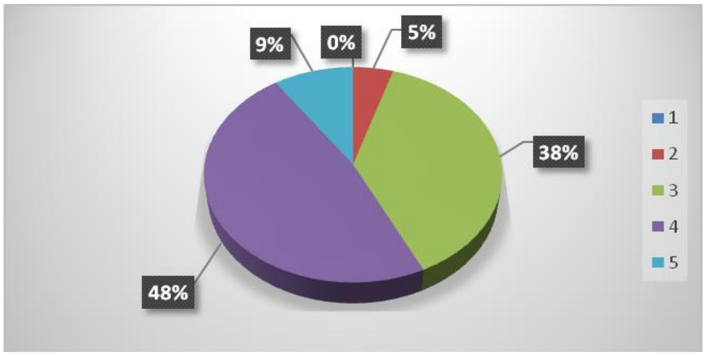


Gráfica 7. Situación económica (ítem 24)

Ítem 25.- ¿Cómo consideras tu alimentación?

Tabla 8. Nivel de alimentación (ítem 25)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy mala	0	0
2	Mala	4	5
3	Regular	32	38
4	Buena	40	48
5	Excelente	8	9
Total		84	100

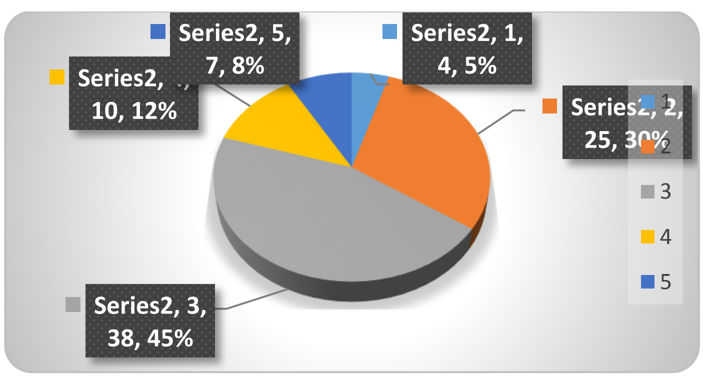


Gráfica 8. Nivel de alimentación (ítem 25)

Ítem 26.- ¿Presentas dificultad en seguir las explicaciones del profesor en la clase?

Tabla 9. Dificultad para seguir las explicaciones (ítem 26)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Nunca	4	5
2	Muy rara vez	25	30
3	Ocasionalmente	38	45
4	Con mucha frecuencia	10	12
5	Siempre	7	8
Total		84	100

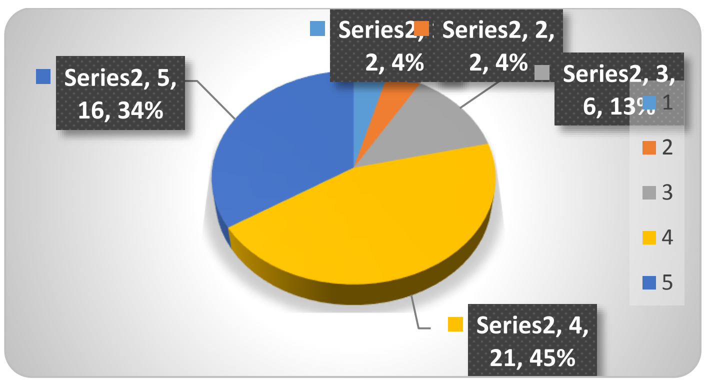


Gráfica 9. Dificultad para seguir las explicaciones (ítem 26)

Ítem 29.- ¿Consideras que podrías aprender más si te enseñaran a estudiar y esto contribuir a disminuir la reprobación?

Tabla 10. Mayor aprendizaje con técnicas de estudio (ítem 29)

Escala	Descripción	Frecuencia	Porcentaje (%)
1	Muy en desacuerdo	2	4
2	En desacuerdo	2	4
3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	6	13
4	De acuerdo	21	45
5	Muy de acuerdo	16	34
Total		47	100



Gráfica 10. Mayor aprendizaje con técnicas de estudio (ítem 29)

En la Tabla 11 se muestra la información descriptiva sobre el instrumento aplicado relacionado con las causas de éxito o fracaso en la asignatura de Cálculo Diferencial.

Tabla 11.Información descriptiva sobre el cuestionario relacionado con las causas de éxito o fracaso en Cálculo Diferencial (Elaboración propia)

Causas	[*]Éxito Frecuencia					$\bar{y}$	DE	[°]Fracaso Frecuencia					$\bar{y}$	DE
	5	**4**	**3**	**2**	**1**			**5**	**4**	**3**	**2**	**1**		
Facilitación de la tarea (2, 3, 7, 8, 9, 10, 17, 29[*])	15	50	52	19	4	**3.34**	**0.95**	5	42	60	16	4	**3.22**	**0.78**
	Total = 140 (n-1=139)							Total = 127 (n-1=126)						
Competencia del	5	18	1			**3.78**	**0.68**	1	9	12	9	4	**2.83**	**1.04**

	5	**4**	**3**	**2**	**1**				**5**	**4**	**3**	**2**	**1**			
profesor (18, 19)						Total = 36								Total = 35		
Sesgo del profesor (11, 12)	1	12	20	2		Total = 35	**3.34**	**0.64**		12	22	2		Total = 36	**3.28**	**0.48**
Interés del estudiante) (4, 5, 6, 22)	12	35	15	3		Total = 65	**3.86**	**0.77**	1	17	26	19	5	Total = 68	**2.85**	**0.85**
Esfuerzo (por parte del estudiante) (13, 20, 27°, 28°)	7	24	8		1	Total = 40	**3.9**	**0.78**	4	18	28	18	2	Total = 70	**3.06**	**0.96**
Capacidad y preparación (1, 14, 15, 16, 21, 23, 26)	7	48	57	10	3	Total = 125	**3.37**	**0.78**	6	30	54	29	5	Total = 124	**3.02**	**.092**
Situación económica (24)		2	15	1		Total = 18	**3.06**	**0.42**		3	8	6	1	Total = 18	**2.73**	**0.82**
Alimentación (25)		11	5	1		Total = 17	**3.6**	**0.8**		2	5	7	3	Total = 17	**2.35**	**0.87**
Totales de frecuencias	47	200	185	15	8				17	35	215	106	24			

La media muestral se calcula con la fórmula:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} f_i y_i}{n}$$

La desviación estándar (DE) muestral, se calcula mediante la fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} f_i (y_i - \overline{y})^2}{n-1}}$$

En la cual se utiliza n-1, en vez de n debido a la corrección de Bessel ($\frac{n}{n-1}$), por ser un parámetro muestral.

Las opciones en la escala de Likert del cuestionario para las preguntas relacionadas con los aspectos que consideran los estudiantes contribuyen al éxito de la asignatura de Cálculo Diferencial son:

5	4	3	2	1
Excelente(s)	Bueno(a)(s)	Regular(es)	Malo(a)(s)	Muy malo(a)(s)

Mientras que para el caso de fracaso se tiene la escala de la siguiente forma:

5	4	3	2	1
Siempre	Con mucha frecuencia	Ocasionalmente	Muy rara vez	Nunca

Resultados

De acuerdo a las escalas anteriores y analizando los resultados de las gráficas y la tabla 11, se tiene que:

1. De la información de la suma de las frecuencias de la escala de Likert, los estudiantes tienen la tendencia a no seleccionar los extremos de las escalas; esto es, evitan utilizar excelente, muy malo y siempre y nunca. Inclusive existen categorías de la tabla 1 en las que se obtuvo una frecuencia de cero: competencia y

sesgo del profesor (muy malo y malo); interés, esfuerzo, situación económica y alimentación por parte del estudiante.

En lo que respecta al otro extremo de la escala (excelente) se destaca por su baja o nula frecuencia el sesgo del profesor, la situación económica y la alimentación.

2. Como resultado de lo que se menciona en el punto anterior se tiene que las frecuencias se centran en las opciones 4 y 3 de la escala referente al éxito (bueno y regular) y para la parte del fracaso se concentran en la 3 y 2 (ocasionalmente y muy rara vez).
3. Lo que se ha comentado en los dos puntos anteriores se ven apoyados con los resultados de los cálculos de la media aritmética y la desviación estándar, con valores, en la parte de éxito, de medias alrededor del 3 y desviaciones entre 0.4 a 0.95; en la parte de fracaso se tienen medias menores y desviaciones estándar más altas entre 0.48 a 1.04.
4. En general, con excepción de las preguntas de situación económica y alimentación, se deben tomar acciones para tender a medias lo más cercanas posible a 5 y disminuir los valores de las desviaciones estándar; que pueden ir desde capacitación a los profesores, como la utilización de técnicas y estrategias para que el estudiante aprenda, iniciando con el diseño de actividades de aprendizaje que incluyan la utilización de TIC.

Conclusiones

En la educación del siglo XXI, particularmente en el aprendizaje de las matemáticas ya no puede concebirse que se dé con el uso de estrategias, técnicas, métodos y medios tradicionales, que no han dado el resultado esperado (González, 2001). El uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación como un recurso para el proceso de enseñanza y aprendizaje, pueden constituirse como un elemento potenciador con base en fundamentos psico-pedagógicos, así como de los fundamentos de la naturaleza del campo disciplinar en particular, como el caso en las matemáticas. Lo anterior plantea y posibilita una transformación en el proceso de aprendizaje del estudiante, la innovación en los métodos de enseñanza, los materiales de apoyo educativo, la evaluación y los ambientes de aprendizaje (Díaz, 2003).

De manera que, considerar los aspectos que influyen en el bajo aprovechamiento escolar y utilizar diferentes estrategias de aprendizaje permitiría:

-Ampliar la gama de opciones formativas del proceso enseñanza y aprendizaje.

-Crear entornos más flexibles para el aprendizaje.

-Eliminar las barreras espacio-temporales entre el profesor y los estudiantes.

-Potenciar los escenarios y entornos interactivos.

-Favorecer tanto el aprendizaje independiente y el autoaprendizaje como el colaborativo y en grupo.

-Romper los clásicos escenarios formativos, limitados a las instituciones escolares.

-Ofrecer nuevas posibilidades para la orientación y la tutorización de los estudiantes.

-Facilitar una formación permanente.

El propósito al usar las TIC es crear entornos de aprendizaje que pongan a disposición del estudiante una diversidad de herramientas interactivas para su aprendizaje y realimentación por parte del profesor (García, 2003).

De esta manera, las herramientas digitales permiten una interactividad dinámica entre el estudiante y el profesor, motivándolos a explorar y aprender juntos. Por ejemplo, el uso de material multimedia, video conferencias, materiales amigables de apoyo para las asignaturas que requieren el conocimiento teórico y práctico, el uso de laboratorios virtuales y la oportunidad de interactuar con profesores y estudiantes de otras partes del mundo, establecen el reto para que la educación superior tecnológica en México se actualice y esté a la vanguardia para hacer competitivos a sus egresados en un ambiente de integración global.

Para finalizar, se plantea un rol del estudiante que se caracteriza por una mayor autonomía y trabajo independiente en la construcción de su conocimiento, y como lo señala Herrera (2006) poseer las habilidades necesarias para el manejo de las diferentes herramientas que nos proporcionan las TIC y, en definitiva, ser el principal promotor de su formación, aunque siempre con la orientación y ayuda de su profesor y la participación del resto de sus compañeros.

Referencias Bibliográficas

Arancibia, V., Herrera, P., & Strasser, K. (1999). *Psicología de la educación*. México: Alfaomega.

Barbosa, R. (1975). El rendimiento escolar y sus causas. En I. Illich, R. Barbosa, T. Barreiro, J. Filloux, M. Antebi, C. Carranza & S. Barco (Eds.), *Crisis en la didáctica* (Vol. 1, pp. 49-88). Rosario, Argentina: Editorial Axis.

Caldera, J. (2007). Niveles de estrés y rendimiento académico en estudiantes de la carrera de psicología del Centro Universitario de Los Altos. *Revista de Educación y Desarrollo*, *7*, 77-82.

Camarena, R. (1985). Reflexiones en torno al rendimiento escolar y a la eficiencia terminal. *Revista de la Educación Superior, 14* (1), 34-63.

Chadwick, C. (2001). La Psicología del aprendizaje del Enfoque Constructivista. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 31*(4), 111-126.

Díaz, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa,* *5*(2). Recuperado de http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

García, J. (2003). El potencial tecnológico y el ambiente de aprendizaje con recursos tecnológicos: informáticos, comunicativos y de multimedia. Una reflexión epistemológica y pedagógica. *Revista Actualidades Investigativas en Educación, 3*(1), 1-23.

González, V. (2001). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México D.F.: Editorial Pax.

Herrera, M. A. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación, 5*(38),1-19.

Martínez, H., Rohde, G., & Zalazar, L. (2011). Análisis del bajo rendimiento en matemáticas de los ingresantes a la facultad de ciencias económicas. Recuperado de http://ing.unne.edu.ar/imate/Informes/Analisis%20del%20bajo%20rendimiento%20en%20matematicas%20de%20los%20ingresantes%20a%20ciencias%20economicas.pdf

Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación, 47*(3), 1-8.

IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS LÚDICAS EN LA ENSEÑANZA DE ÁLGEBRA

Juan José Díaz Perera, Mario Saucedo Fernández, Sergio Jiménez Izquierdo
jjdiaz @pampano.unacar.mx, msaucedo@pampano.unacar.mx,
sjimenez@pampano.unacar.mx
Universidad Autónoma del Carmen

Resumen

El presente documento hace referencia a las actividades lúdicas y cómo estas se relacionan con la matemática, en especial con el curso de Razonamiento Lógico, en donde de acuerdo la secuencia de aprendizaje el alumno tiene que interactuar con sus compañeros mediante juegos que involucran, sin lugar a dudas, un aprendizaje dentro del álgebra. Así mismo se describe las actividades lúdicas utilizadas en este curso, en la secuencia tres, dedicada a Álgebra. Los ejemplos de juegos incluidos están seleccionados para el aprendizaje de las expresiones y operaciones algebraicas en los alumnos del primer semestre de nivel superior. Por lo que es importante la planificación de las actividades que promuevan la construcción de conceptos, que le permitan la resolución de problemas y que les genere motivación, interés y participación.

Palabras Clave: actividad lúdica, motivación, aprendizaje, álgebra.

Reconocimientos: Esta investigación se realizó con el apoyo del proyecto Actividades lúdicas en el aprendizaje de las matemáticas (FCE/2016/05).

Introducción

Esta propuesta parte de la reflexión de los docentes sobre la dificultad a la que se enfrentan todos los años, los alumnos de la Facultad de

Educación, en la Universidad Autónoma del Carmen (UNACAR), con respecto al tema de Álgebra. Se les complica asimilar los conceptos, poder entender las expresiones algebraicas y sobre todo realizar operaciones básicas (suma, resta multiplicación y división algebraica).

Se realizó una investigación de tipo descriptiva, ya que esto permitió recolectar datos para poder realizar generalizaciones con respecto a los alumnos de la Facultad que están llevando el curso de Razonamiento Lógico y poder determinar de manera más precisa como puede ayudar una actividad lúdica en la enseñanza del Álgebra. Por lo que la intervención de actividades lúdicas como estrategia permitirá acompañar el proceso de apropiación de cualquier concepto (Farías y Rojas, 2011).

Desarrollo

Concepto de Juego

El juego es una herramienta básica para el desarrollo de la inteligencia y la socialización de cualquier ser humano (Garai, 1990). Constituye una actividad voluntaria, que el alumno desempeña libremente de acuerdo a sus intereses. De acuerdo con Ponce (2009), es necesario para el perfeccionamiento y adquisición de habilidades de índole cognitivas, sociales y conductuales.

De acuerdo a Chamoso, Duran y García (2004) mencionaron que el juego se le puede asociar el carácter lúdico, ya que se utiliza como diversión y deleite. En la actualidad, se ha dado la oportunidad de incluir el juego en actividades educativas, dentro de los diferentes programas de la UNACAR, relacionados con matemáticas, entre la que se encuentra Razonamiento Lógico. Las actividades lúdicas van adquiriendo cada vez más, una mayor importancia como método de aprendizaje, por lo que son un recurso para potenciar la maduración del alumno.

Actividad Lúdica

Antes que nada se hará referencia a la lúdica. El concepto de lúdica se refiere a la necesidad del ser humano, de comunicarse, de sentir, expresarse y producir en los seres humanos una serie de emociones orientadas hacia el entretenimiento, la diversión, el esparcimiento, que nos llevan a gozar, reír, gritar e inclusive llorar en una verdadera fuente generadora de emociones (Velázquez, s.f.).

Mediante dichas emociones despertadas en los alumnos, se pretende generar cierta atracción por las actividades que involucren el juego como medio de aprendizaje. La actividad lúdica permite al alumno expresar sus pensamientos y emociones, satisfacer su curiosidad y su deseo de crear. Por ello es importante contar con ciertas estrategias para la enseñanza de la matemática mediante actividades lúdicas, tal como lo menciona Barberá (1995), en donde hace referencia al contenido, estrategias generales, actividades matemáticas de aprendizaje y las de evaluación. Por lo que la actividad lúdica hace referencia también a la adquisición de saberes.

De acuerdo a Dinello (1987), la lúdica es un ambiente de libertad creativa, donde a través de diferentes actividades se diviertan. Por lo que una actividad lúdica, como una herramienta didáctica en el salón de clase, propicia el desarrollo integral del individuo.

El juego como recurso lúdico

A través de la experiencia y de las aportaciones de una gran variedad de personajes matemáticos de antaño, en donde algunos practicaban las matemáticas asociándolas al juego, tales como Cardano y Tartaglia, inclusive con los famosos duelos o juegos intelectuales, el cual consistía en resolver ecuaciones algebraicas (De Guzmán, 1984), se ha demostrado que mediante el juego se pueden crear situaciones en donde el alumno muestre más interés por el tema desarrollado en clase y de esta manera sea más receptivo (Pérez, 2004), permitiéndole desarrollar habilidades, tales como investigar, experimentar, analizar y solucionar problemas.

Sin embargo, de acuerdo a las experiencias personales y de los docentes que imparten la materia de Razonamiento Lógico, para la mayoría de los estudiantes se le dificulta obtener una nota aprobatoria, por lo que incluir actividades lúdicas al proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos es una opción factible. Al incluir la parte lúdica en el aula de clase, promoverá la construcción de conocimientos, aprendizajes significativos e independencia para la toma de decisiones (Jiménez, 2006).

La actividad lúdica aplicada en el tema de álgebra se utilizó entre otros objetivos para:

- Favorecer el desarrollo de contenidos en Álgebra
- Manejo de conceptos

- Implementación de estrategias para resolver problemas
- Motivar a los alumnos, despertando el interés por el Álgebra

Las actividades lúdicas realizadas en el aula de clases permitieron desarrollar ciertas habilidades, tales como:

- Socio emocional: socialización, placer por desarrollar la actividad, satisfacción por terminarla exitosamente, trabajo colaborativo para solucionar dicha actividad y confianza en sí mismo.
- Cognitivo: agilidad mental, interpretación de conocimientos, manejo de conceptos, pensamiento lógico, seguimiento de instrucciones y solución de problemas.

La propuesta lúdica implementada en esta secuencia constituye un medio significativo para que el alumno interactúe y aprenda con sus otros compañeros, por lo que el docente tiene la responsabilidad de crear las condiciones didácticas, planificar y mediar el aprendizaje, orientar de tal manera que facilite la adquisición del conocimiento, habilidades y actitudes. Por ello se cuidó los tres elementos que destacan en un juego didáctico: objetivo didáctico, acciones lúdicas y reglas de juego (Chacón, 2008).

- Objetivo didáctico: se plantea en correspondencia con los conocimientos y modos de conducta que hay que fijar.
- Acciones lúdicas: estas acciones deben manifestarse claramente, ya que estimulan la actividad y hacen más a menos el proceso de enseñanza.

- Las reglas del juego: constituyen un elemento para la organización del mismo, ya que determinan qué y cómo hacer las cosas.

Metodología

Se trata de un estudio descriptivo. Para efectos de llevar a cabo la actividad se seleccionó un grupo de la Facultad de Educación de la UNACAR, de primer semestre del ciclo febrero-julio 2016. La población fue de 46 alumnos. Se diseñaron las actividades lúdicas, que previamente fueron contempladas en el programa de la secuencia de aprendizaje número tres del curso de Razonamiento Lógico. Dichas actividades constaban de un crucigrama y sopas de letras algebraicas; para fortalecer el manejo de conceptos en la parte teórica y la resolución de ejercicios para la parte práctica. Una vez diseñadas las actividades se dieron las instrucciones de juego.

Actividades Lúdicas: Crucigrama y Sopa de letras.

Crucigrama. El crucigrama es un juego que consiste en escribir en una platilla una serie de palabra, en este caso una serie de resultados algebraicos, de forma horizontal y vertical que se cruzan entre sí.

Durante la actividad lúdica, la resolución de un crucigrama siempre fue emotiva para los alumnos durante las sesiones en que se realizaron. Una vez que el alumno realizo sus operaciones en el cuaderno, prosiguió a llenar las casillas del crucigrama con dichos resultados obtenidos previamente, cada cifra del resultado lo colocó en una casilla, respetando si era un ejercicio en horizontal o vertical. Este proceso lo realizó para cada operación representada en el crucigrama, hasta llenar cada casilla en horizontal y vertical.

Sopa de letras. Una sopa de letras es un recurso didáctico que facilita la acción educativa y que se puede utilizar para aprendizajes previos o como cierre de una actividad para el manejo de conceptos. Consiste en encontrar palabras o resultados algebraicos de una operación previa, dentro de un recuadro lleno de letras.

En este mismo plano de ideas, tanto el crucigrama como la sopa de letras se utilizaron para el manejo de conceptos, así, el alumno se fue relacionando con los términos utilizados en álgebra, tales como polinomios, coeficiente, exponente, términos semejantes, etc.

Las actividades lúdicas diseñadas se fueron impartiendo a lo largo de la secuencia de aprendizaje número tres del programa del curso. Normalmente se llevaban a cabo al inicio de los temas cuyos conceptos requerían de esos conocimientos previos. Cada sesión se impartía durante dos horas de clase, y se tenían dos sesiones a la semana, durante cuatro semanas aproximadamente.

En la siguiente tabla se muestran las actividades relacionadas a la secuencia de aprendizaje tres y en la que se identifican las dos actividades lúdicas presentadas en este trabajo. Así mismo se muestra el porcentaje que se le asigna a dicha actividad.

Tabla 4: Criterio de evaluación en la secuencia de aprendizaje número tres.

UNIDAD DE EVALUACIÓN				
CRITERIO	INDICADOR	TAREA	EVIDENCIA	**%**
Comprensión, análisis y relación de los	Aplicación de conceptos.	Sopa de letras resuelta.	Lista de cotejo Rúbrica.	2%

conceptos temáticos.	Aplicación de conceptos.	**Elaboración de un Ensayo**	Lista de cotejo Rúbrica.	4%
Integración, eficiencia y responsabilidad en el desarrollo de las actividades de equipo dentro y fuera del aula.	Responsabilidad e integración en el equipo de trabajo.	Propuesta de solución a situación problema (incluir la bitácora de trabajo del equipo) 1 Y 2.	Lista de cotejo.	6%
Habilidad de razonamiento y solución de problemas de situaciones reales.	Solución de problemas.	**Crucigrama resuelto**	Lista de cotejo.	10%
		Elaborar un informe con la propuestas de solución, (Anexar la tabla de Excel y Elaborar un diagrama como bosquejo de la actividad). 1 Y 2.	Lista de cotejo.	10%
Solución de problemas con el uso de las TIC's.	Manejo de las TIC´s como herramienta de apoyo.	Ejercicio usando la hoja de cálculo de Excel.	Lista de cotejo.	4%
		Solución de problemas en el curso en línea.	Lista de cotejo.	4%

Al terminar las actividades de dicha secuencia, se contestó un instrumento el cual tiene el objetivo de recolectar información de cómo perciben los alumnos dichas actividades lúdicas. Posteriormente se pasó a analizar los datos, llevando a cabo un estudio descriptivo.

Resultados

El estudio fue realizado con 46 alumnos del primer semestre del ciclo febrero-julio 2016. El 29% representa al género masculino y el 71% al género femenino. En cuanto al desarrollo de las actividades lúdicas que recibieron, el 46% le pareció aceptable y el 52% muy ameno, el restante opinó que malo y aburrido.

En cuanto a las preferencias de cómo obtener un aprendizaje en álgebra se encontró que:

- El 89% aprenden mejor las expresiones algebraicas si juegan, 7% opinó que pocas veces le resulta esta estrategia y 4% nunca aprende de esta manera.
- En cuanto a la forma de trabajar, el 83% prefiere realizar las actividades lúdicas en equipo, que en forma individual, y en este mismo porcentaje opinan que el trabajar colaborativamente les ayuda a aprender de sus compañeros.
- Al hacer uso de las actividades lúdicas, el 89% recuerda las expresiones algebraicas, gracias a esta estrategia.
- En contraparte, se les preguntó si recordaban las expresiones algebraicas utilizando el libro y el 61% sí las recuerda, mientras que 39% no las recuerda.
- Es importante que el alumno esté motivado para lograr un aprendizaje significativo, por lo que se les preguntó si les motivaba a estudiar matemáticas las actividades lúdicas y el 96% respondió que sí se generaba dicha motivación, mientras que el 4% no estuvo de acuerdo.

En referencia al uso de las actividades lúdicas:

- Con un 72% se piensa que las actividades lúdicas propuestas para desarrollar el tema de álgebra fueron de gran ayuda, 24% está en desacuerdo y tan solo 4% no opinó.

- De igual manera, 72% piensa que las actividades lúdicas le parecieron muy interactivas, 24% no le parece nada interactivo y solo un 4% no opinó.
- En cuanto al desarrollo de las actividades, un 70% se le facilitó esta forma de trabajar con actividades lúdicas, en contraparte a esto 26% no se le facilitó este sistema de trabajo y un 4% no opinó.
- Una vez realizadas las actividades lúdicas se les aplicó una prueba cognitiva y el 67% opinó que la información que le proporcionó dichas actividades fueron suficientes para encarar la prueba cognitiva, 26% está totalmente en desacuerdo y 7% no opinó.

En función del tiempo y contenido

- Un 96% está de acuerdo que las actividades lúdicas se relacionan con la secuencia de aprendizaje número tres, que trata el tema de álgebra, el 4% restante menciona que pocas veces se relacionan.
- Con respecto a los tiempos ofrecidos en cada actividad, el 96% piensa que fueron suficientes, 2% pocas veces le fueron suficientes y 2% nunca le dio tiempo.

Conclusión

En los resultados arrojados y de acuerdo al sentir de los alumnos, se puede observar que gran parte de ellos aprenden mejor las operaciones algebraicas si juegan, de la misma manera logran recordar mejor las expresiones algebraicas mediante actividades lúdicas, por lo que el aprendizaje se les hace más fácil de obtener. Así mismo, prefieren trabajar en equipo dichas actividades. Algo que sobresalió, es que dichas actividades motivan a la mayoría de los alumnos a estudiar matemáticas.

La actividad lúdica es una opción a tomar en cuenta, cuando se planifican estrategias de enseñanza en la educación. Uno de los aspectos que favorece el desarrollo intelectual de los estudiantes es que pueden ser capaces de elegir sus propios actos y acciones para lograr los objetivos. Es por ello, que al someter a los estudiantes ante un entretenimiento con ciertas normas preestablecidas, se proyecta al estudiante a que ordene sus ideas, a que relacione conocimientos previos con actuales para la solución de un problema. Dicha investigación ofrece un modo divertido de resolver problemas algebraicos.

Referencias Bibliográficas

Barberà, E. (1995, junio). Estrategias en matemáticas [CD-ROM. En: 23 años contigo. Cuadernos de Pedagogía. Editorial Praxis S.A. y Ihardum Multimedia Koope.

Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje. ¿Cómo crearlo en el aula?. *Nueva aula abierta, 16*,1-8

Chamoso, J., Duran, J., & García, J. (2004). *Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores*. Recuperado de:

http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512010000200005

De Guzmán, M. (1984, septiembre 10). Juegos matemáticos en la enseñanza. Recuperado de sector matemática. Review: http://www.sectormatematica.cl/articulos/juegosmaten.pdf.

Dinello, R. (1987). *El juego y aprendizaje.* Argentina: Ediciones de la bandera.

Farías, D., & Rojas, F. (2011, febrero). Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores. Recuperado de biblo review: http://biblo.una.edu.ve/ojs/index.php/IIE/article/viewFile/1197/1152.

Garai, M. (1990). *Juego y desarrollo infantil.* Madrid, España: Seco-Olea.

Jiménez, E. (2006). *La capacidad creadora*. Barcelona, España: Graó.

Pérez, J. (2004). *Clasificación de los juegos* (XII ed.). Madrid, España: Pearson.

Ponce, C. (2009). El juego como recurso educativo. *Innovación y experiencias educativas, 19,* 1-9. Recuperado de: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_19/CATALINA_PONCE_HUERTAS02.pdf

Velázquez, N. J. (s.f.). *Ambientes Lúdicos de Aprendizaje, diseño y operación.* México: Trillas.

LA INFERENCIA INFORMAL EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA. UNA PROPUESTA POR MEDIO DEL ESTUDIO DE CLASES

Nicolás Sánchez Acevedo[1], Blanca Ruiz Hernández[2]
nicolas1983@cicata.edu.mx, bruiz@itesm.mx
[1]CICATA-IPN, [2]Tecnológico de Monterrey

Resumen

El objetivo de este trabajo es proponer una alternativa de actualización para profesores que permitiría, por una parte, enfatizar en la enseñanza de la estadística, y, otra, en los contenidos curriculares del programa de estudio de educación primaria. Esta propuesta se plantea en un contexto de capacitación de docente de educación primaria. Se incluyen antecedentes relativos a la investigación realizada sobre la enseñanza de la estadística y cómo ésta repercute en el desarrollo profesional del profesor. El marco propuesto para la enseñanza de la estadística es el de inferencia informal (Makar y Rubin, 2009), que surgió a partir del trabajo con profesores de educación primaria y que describe una de las visiones sobre el razonamiento inferencial para la integración de conceptos que normalmente se enseñan aislados. En el contexto de capacitación docente se describe una metodología de desarrollo que permitiría mejorar la capacitación profesional por medio del trabajo colaborativo y reflexivo por medio de su propia práctica, llamado estudio de clases (Lewis, 2000). Se concluye con algunas proyecciones que permitirían seguir la investigación en el área fomentando espacios de capacitación docente unificado a la inclusión de contenidos que en muchos casos no son considerados.

Palabras Clave: inferencia informal, razonamiento de inferencia informal, estudio de clases, enseñanza de la estadística.

Introducción

En los últimos años, la educación formal se ha visto en la necesidad de incluir en los currículos escolares aspectos relacionados con la Estadística y el análisis de los datos presentes en diversos ámbitos de la vida cotidiana y laboral de todo ciudadano culto. Una de las mayores preocupaciones a las que se han enfocado diversas investigaciones en didáctica de la estadística es la incorporación de la elaboración de inferencias estadísticas a partir de los datos en los currículos escolares de niveles básicos. Desde la perspectiva de Ruiz, Batanero y Arteaga (2011) la inferencia estadística representa la actividad principal en el análisis de datos.

Por una parte, debido a su carácter dinámico y a que requiere el uso y manipulación de datos, la inferencia estadística necesita el uso de herramientas tecnológicas. Por otra, se debe poder perfilar el conocimiento de los profesores sobre este tema para que pueda ser enseñada. Es necesario que el profesor manifieste una comprensión profunda de los elementos que subyacen a la inferencia y a la misma estadística, así como en las herramientas tecnológicas que se requerirán para su implementación.

Una de las propuestas que ha venido cobrando una destacada relevancia en la investigación en la enseñanza y en el aprendizaje de la estadística como vía plausible es la inferencia informal. Esta propuesta permitiría incorporar paulatinamente conceptos fundamentales para profundizar en las ideas estadísticas. Algunas investigaciones ponen en evidencia la necesidad de adecuar o cambiar la forma de enseñar estadística en distintos niveles educativos con énfasis en los niveles básicos de escolaridad. En estos niveles educativos, el mayor peso se enfoca en el trabajo con actividades y problemas que permitan desarrollar un razonamiento inferencial informal más profundo, dando una relevancia menor a los aspectos procedimentales de la estadística. Por otro lado, se deja en evidencia que la inferencia informal permitiría potenciar en los estudiantes la articulación o predicción desde las observaciones, la organización y uso de datos, además del trabajo con la variabilidad y los datos como un todo y no de forma aislada (McPhee y Makar, 2014).

Una metodología pertinente para analizar el trabajo docente de profesores en ejercicio es el estudio de clases (Lewis y Tsuchida, 1998; Lewis, 2000). Esta metodología es un proceso conjunto en el que un grupo de profesores, en particular en un contexto de desarrollo profesional, realizan la planificación de una lección de clase. Es implementada por uno de ellos mientras los otros observan y, posteriormente analizan los resultados obtenidos para mejorar y discutir posibles mejoras de la lección.

Con base en lo anterior, en este trabajo se presenta una metodología para la mejora del aprendizaje de la estadística para profesores en ejercicio en el nivel primario sustentada en la revisión bibliográfica que también podría ser útil para la investigación en esta área.

Cambios curriculares en Estadística y el desarrollo profesional

Uno de los cambios más marcados en el currículo de Matemáticas es la incorporación del tratamiento de la información desde los primeros años de escolaridad. La adhesión a estos cambios se evidencia en dos ámbitos:

- El relacionado directamente con los documentos oficiales que rigen la enseñanza y aprendizaje de Matemática (programas de estudio y bases curriculares) y,
- El relacionado con la formación de profesores y el desarrollo profesional.

Desde los resultados en investigaciones en el ámbito de la Estadística (eje de Datos y probabilidades) se han evidenciado una gran cantidad de dificultades, tanto en la enseñanza como el aprendizaje de estos ejes. Algunos resultados muestran que existe una gran deficiencia en el conocimiento que tienen los profesores en formación y en ejercicio al enseñar Estadística en la educación primaria (Sánchez, Borim y Coutinho, 2011; Batanero, 2000a; Jacobbe, 2008; Jacobbe y Horton, 2010).

Con respecto a la forma de desarrollar conocimiento estadístico en general y sobre distribución en particular Reading y Canada (2011) mencionan:

> … que los profesores deben construir sobre lo que saben y por lo tanto crecer como aprendices. Por una parte los profesores tienen la necesidad de aprender sobre el concepto de distribución y, deben aprender sobre la pedagogía que se asocia a cómo los estudiantes pueden conocer dicho contenido, por otra. (p. 228)

La enseñanza de la Estadística necesita, no solo un conocimiento de reglas matemáticas que permitan desarrollar las formulas propuestas para cada tópico y contenido que se va a enseñar, sino que va más allá de colocar números en una expresión. Implica tener un conocimiento integrado con base en el contexto de donde surgen los datos y aplicado a la vida real (Batanero, 2013)

Por su parte Garfield y Ben-Zvi (2008) proponen seis principios aplicables para el desarrollo profesional de profesores de estadística, estos son: (i) desarrollo en las ideas centrales de estadística, (ii) motivación hacia el uso de datos reales, (iii) apoyo en el uso de actividades de clase, (iv) integración apropiada de tecnología, (v) clases basada en el discurso y argumentaciones y (vi) técnicas de evaluación alternativas.

Hacia una propuesta para la enseñanza de la Estadística. La inferencia Informal

La inferencia informal toma como idea principal el razonamiento a partir de los datos que, en el caso más general, es de carácter inductivo. Erickson (2006) menciona que "la inferencia estadística es un tema complejo en su aprendizaje. La inferencia resulta tan difícil, que incluso los mismos investigadores profesionales la usan de forma inadecuada. Se hace compleja, por ser un área de ideas difíciles" (p. 1).

Una de las investigaciones que pone de relieve la necesidad de incorporar estrategias nuevas en la enseñanza de la estadística es la realizada por Hanckock, Kaput y Goldsmith (1992) quienes hicieron evidente que los cambios encontrados en los estudiantes sobre sus ideas estadísticas necesitaban de la manipulación de los datos como evidencia. Sin embargo, argumentaron que esta etapa del análisis estadístico, a nivel escolar, es la que se deja de lado en gran medida cuando su investigación muestra que es una de las que necesita una mayor atención.

Algunas de las dificultades que se han encontrado llevaron a algunos investigadores a proponer marcos de enseñanza para analizar datos y elaborar conclusiones que posean las características de inferencias formales, pero sin el rigor y mecanismos que la proveen. Estas propuestas han dado luces como vía alternativa para analizar el proceso en la comprensión de los conceptos estadísticos previos a su formalización.

Aun cuando no se tiene una definición formal de lo que se entiende por inferencia estadística informal, todas ellas convergen en una misma idea: la que opta por considerar ideas informales para realizar conclusiones utilizando argumentos que den cuenta de la variabilidad, análisis más allá de datos y consideración de los datos como evidencia.

Ben-Zvi (2006) enlaza la inferencia informal centrándose en los procesos de construcción por medio de la argumentación, para él la inferencia informal está ligada a los tipos de actividades argumentativas. En esta misma línea, Pfannkuch (2006), define el razonamiento inferencial informal como aquella destreza en que el estudiante puede entrelazar ideas sobre distribución, muestreo y centro. Por su parte Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008) la definen como la forma en que los estudiantes usan su conocimiento estadístico informal para hacer argumentaciones y sustentar sus inferencias sobre poblaciones desconocidas con base en las muestras de observadas.

Tradicionalmente la iniciación en inferencia estadística formal se ha reservado para la enseñanza secundaria o universitaria. En los niveles básicos no se desarrollan este tipo de ideas. La enseñanza se centra en conceptos estadísticos básicos o estadísticas descriptivas, limitadas a un fundamento matemático y sin vinculación entre ellas (Paparistodemou y Meletiou-Mavrotheris, 2008).

Tabla 1. Conceptualizaciones relativas a Inferencia Informal.

Ben-Zvi (2006)	Pfannkuch (2006)	Rossman (2008)	Zieffler et al. (2008)	Makar y Rubin (2009)
Son tipos de argumentaciones que los estudiantes realizan al tratar de elaborar conclusiones tomadas de los datos de una muestra hacia una población.	Permite elaborar conclusiones a partir de los datos al observar, comparar y razonar a partir de las distribuciones de los datos.	Es un elemento fundamental de la inferencia que permite ir más allá de los datos al basarse en un modelo probabilístico.	Es la manera en que los estudiantes usan su conocimiento informal para hacer argumentos que soporten sus inferencias acerca de poblaciones desconocidas observando muestras.	Considera la inferencia informal como proceso para aprender estadística. Incluye la generalización y/o predicción, el uso de datos y un lenguaje probabilístico.

La propuesta de Inferencia Informal

Para Makar y Rubin (2009), el potencial del razonamiento inferencial informal esta en profundizar la comprensión que tienen los estudiantes sobre algún objetivo planteado y la utilidad que tienen los datos de forma más general con la aplicabilidad directa al elaborar significados en relación al contexto. Estos autores utilizan la palabra informal no para definirla, sino como una aplicación del razonamiento inferencial que este fuera de los procedimientos formales, es decir, como un proceso razonado de crear y/o probar generalizaciones a partir del análisis de datos que no necesariamente esta basado en procedimientos estadísticos formales (Ziefflet et al. 2008)

Para ellos, la inferencia informal es un proceso para hacer inferencias basadas en datos. Se distinguen tres componentes claves (Figura 1):

- Generalizar o predecir al observar más allá de los datos,
- Uso de los datos como evidencia y,
- Empleo de un lenguaje probabilístico al describir generalizaciones, incluyendo ideas informales con cierto grado de certeza a partir de las conclusiones propuestas.

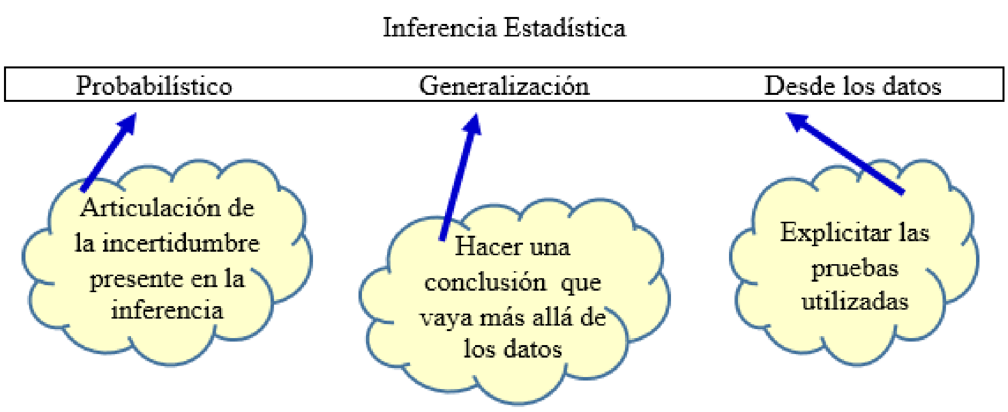


Figura 1. Un marco para el pensamiento acerca de la inferencia estadística (Makar y Rubin, 2009, p. 85)

La propuesta realizada por Makar y Rubin (2009) surge a raíz de la visualización inicial sobre algunos elementos críticos limitantes al hacer inferencias:

- la noción de incertidumbre y variabilidad articulada a través del lenguaje,
- la dependencia en el concepto de agregado a través del uso de generalizaciones acerca del grupo (se analizan los datos como un todo),
- el reconocimiento de un mecanismo o tendencia que se extienda más allá de los datos y,
- la evidencia para razonar, que debe estar basada en el uso de los datos.

Este marco conceptual integra tres aspectos para poder evaluar el razonamiento de inferencia informal en estudiantes:

- La generalización, incluyendo predicciones, estimación de parámetros y conclusiones que se extiendan más allá de la descripción de los datos. Estas generalizaciones se desarrollan identificar patrones en los datos.
- La evidencia en los datos, que sostienen esa generalización, predicción o conclusión, es decir dar argumentos implícitos o explícitos que justifique su decisión de la inferencia estadística y que sea aceptable dentro del contexto real.
- Uso de un lenguaje probabilístico o que involucren incertidumbre al relacionar o escribir una generalización, predicción o conclusión. Se refiere a la utilización de verbos que indiquen

incertidumbre e incluye la fuerza de la evidencia, clasificándola por ejemplo como una probabilidad.

El primero de estos aspectos, “la generalización” es particular del proceso al realizar inferencias, mientras tanto los dos aspectos restantes se hacen específicos para la estadística.

El estudio de clases

Lewis y Tsuchida (1998) proponen una metodología del quehacer docente que permite la capacitación de los profesores en su ejercicio por medio del estudio y análisis de clases (*Lesson Study*).

El estudio de clases (LSG de sus iniciales en inglés) es un proceso conjunto en el que profesores, en particular en un contexto de desarrollo profesional, desarrollan planificaciones, uno de ellos la implementa mientras otros observan y, posteriormente las analizan para mejorar y discutir posibles mejoras de la clase (Lewis, 2000).

El Estudio de Clases tiene tres fases a considerar, que permiten desarrollar y evaluar la práctica docente (Figura 2).

a) Preparación,
b) La clase a investigar, y
c) Sesiones de revisión

Isoda, Arcavi y Mena (2007) describe las tres fases en que se realiza dicha metodología:

1. Planeación: en esta etapa el proceso consiste en trasformar (transponer) el (los) temas proyectados por el currículo en uno que pueda ser implementado efectivamente en aula de acuerdo a las características del contexto.

2. Implementación: Un docente implementa la lección diseñada con un grupo de alumnos mientras los otros docentes lo observan.
3. Revisión: Los docentes se reúnen nuevamente, discuten lo ocurrido en la implementación con el objetivo de mejor la lección y proponer nuevas recomendaciones para su reestructuración y nueva implementación.

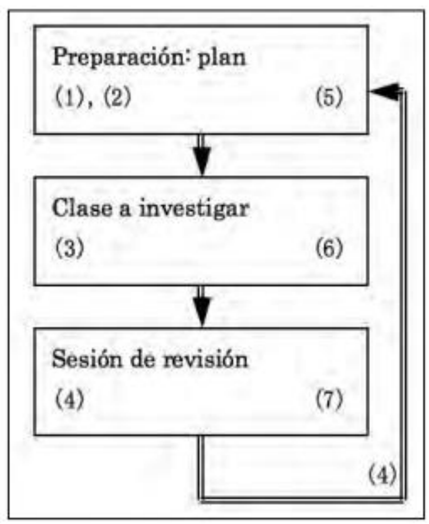


Figura 2. Modelo de estudio de clases Japonés de Matemática (Isoda, Arcavi y Mena, 2007, p. 27)

En palabras de Isoda, Arcavi y Mena (2007) "lo significativo del Estudio de Clases es que todos estos procesos se realizan en colaboración con otros profesores" (p. 28).

Garfield y Ben-Zvi (2008) han implementado esta metodología de trabajo para que investigadores preparen a profesores en el ámbito de la estadística. Ellos reconocen que este tipo de sistematización ofrece una opción para relacionar los programas de desarrollo profesional con lo que ocurre en el aula de clases.

Del mismo modo, podría describirse como:

> formas de investigación que se desarrollan en el tiempo por un grupo de estudio y contienen descripciones de los objetivos de aprendizaje, la justificación del diseño de las clases, las descripciones de las actividades, las respuestas esperadas de los estudiantes, y como sugerencia, las respuestas de los maestros a las interrogantes de los profesores. (Garfield y Ben-Zvi, 2008, p.336).

Comentarios finales

De acuerdo a lo encontrado en esta revisión bibliográfica, se observa que es posible incorporar componentes que permitan dar cuenta de la naturaleza de los datos por medio de la incorporación de un trabajo sistemático de análisis de la propia práctica docente a través del estudio de clases.

Esto permitiría a los profesores comprender que los datos no son estáticos y que la enseñanza de la estadística debe ser trabajada de forma diferente, al considerar para su tratamiento datos reales y contextualizados. Es importante indicar que los profesores deben partir de la base de considerar que los datos no están sujetos a fenómenos deterministas, sino que están sujetos a la variabilidad, tamaño de la muestra y formas de representación, por lo que estos elementos deben ser integradas de forma conjunta y no trabajarse aisladamente como suelen enseñarse. De esta manera la inferencia informal, emerge como un marco que permitiría dar respuesta a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística, apoyada por el estudio de clases como metodología para que profesores trabajen de forma conjunta, reflexiva y con miras en la mejora de clases.

Esta investigación pone sobre la mesa una propuesta alternativa de enseñanza de la estadística que, por una parte, no desconoce la naturaleza de la misma disciplina y por otra, busca la integración de los conceptos estadísticos en diferentes niveles escolares. En particular, puede ser introducida desde los niveles básicos.

El aporte de adquirir un tipo de razonamiento sobre la base de la inferencia informal es justamente mostrarse como herramienta potencial para el desarrollo profesional docente en profesores de educación primaria, profundizando su conocimiento sobre la disciplina por medio del estudio de clases en cualquiera de las etapas que implica el desarrollo de una clase. Además, la potencialidad del análisis de clases como herramienta para mejorar la práctica, indica que puede ser considerada en el desarrollo e implementación de actividades en temas específicos de estadística dentro del currículo matemático y, estadístico en particular.

Investigaciones que indaguen en cursos de actualización docente de esta naturaleza se hacen cada vez más relevantes para conocer la potencialidad de su aplicación. Estos estudios forzosamente tendrían que plantear una actualización con tareas de resolución de problemas relacionadas con el razonamiento inferencial informal a la vez que se reflexiona, concientiza e interioriza una metodología de enseñanza en un doble juego del papel del profesor como dicente y docente. La inferencia informal será la línea directriz de la actividad. La propuesta teórica promete una mejora en el desarrollo profesional docente, aun cuando son los resultados en investigación educativa los que tendrán la última palabra.

Referencias Bibliográficas

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, *25*, 41-58.

Batanero, C. (2014). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J.M. Contreras, G.R. Cañadas, M.M. Gea, & P. Arteaga. (Eds.), *Didáctica de las Estadística, Probabilidad y Combinatoria, Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (149-156). Granada, España: Grupo de Investigación en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) y el Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.

Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. En A. Rossman, & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROOM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Erickson, T. (2006). Using simulation to learn about inference. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics*

Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7G2_ERIC.pdf

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching*. New York: Springer.

Hancock, C., Kaput, J., & Goldsmith, L. (1992). Authentic inquiry with data: Critical barriers to classroom implementation. *Educational Psychologist, 27*, 337–364.

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Roundtable Conference.* Recuperado de http://iase-web.org/documents/papers/rt2008/T2P13_Jacobbe.pdf

Jacobbe, T., & Horton, R. (2010). Elementary school teachers' comprehension of data displays. *Statistics Education Research Journal*, *9*(1), 27-45.

Lewis, C. (2000). Lesson study: The core of Japanese professional development. Trabajo presentado en la Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA. Recuperado de http://www.lessonresearch.net/aera2000.pdf

Lewis, C., & Tsuchida, I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river. *American Educator*, *1*(1), 1–8.

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, *8*(1), 82-105. Recuperado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8(1)_Makar_Rubin.pdf

McPhee, D., & Makar, K. (2014). Exposing young children to activities that develop emergent inferential practices in statistics. En K. Makar, B. Sousa, & R. Gould (Eds.), *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics: Sustainability in statistics education*. Voorburg: IASE and ISI.

Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2008). Developing young students' informal inference skills in data analysis. *Statistics Education Research Journal*, *7*(2), 83–106. Recuperado de http://www.stat.auckland.ac.nz/serj

Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics,* Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6A2_PFAN.pdf

Reading, C., & Canada, D. (2011). Teachers' knowledge of distribution. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 223–234). Dordrecht: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_23

Ruiz, B., Batanero, C., & Arteaga, P. (2011). Vinculación de la variable aleatoria y estadística en la realización de inferencias informales por parte de futuros profesores. *Bolema, 24* (39), 413-429.

Sánchez, E., Borim, S., & Coutinho, C. (2011). Teachers' understanding of variation. En C. Batanero, G. Burril, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE Study* (pp. 211-221). Nueva York: Springer.

Zieffler, A., Garfield, J., Delmas, R., & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, *7*(2), 40-58.

SITUACIÓN DIDÁCTICA DE SUMA Y RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS EN UN AMBIENTE DE TRABAJO COOPERATIVO

Citlalli Rivera Real
riverarealcitlalli@gmail.com

Resumen

En este trabajo se describe, el diseño realizado de una situación didáctica de suma y resta de expresiones algebraicas, utilizando la estrategia de aprendizaje cooperativo y la actividad lúdica de construcción de cuadrados mágicos para potenciar la reflexión, comprensión, análisis, motivación, argumentación, comunicación, socialización, entre otras habilidades, procesos y destrezas que permite a los alumnos desarrollar su pensamiento lógico matemático. El diseño de la situación didáctica se fundamenta en el enfoque y metodología actual de la enseñanza de la matemática en Educación Básica. Evidencia las actividades desarrolladas al realizar la intervención educativa en el aula escolar.

Palabras Clave: Ambiente cooperativo, Conflicto cognitivo, Problema matemático, Situación didáctica.

Justificación teórica

En Educación Básica el planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar. (SEP, 2011)

La concepción actual de la enseñanza va por tanto a pedir al maestro que provoque en el alumno las adaptaciones deseadas, con una elección acertada de los "problemas" que le propone. Estos problemas, elegidos para que el alumno pueda aceptarlos, deben hacerle actuar, hablar, reflexionar, evolucionar por sí mismo. (Brousseau, 1986)

Guiar al estudiante a aprender a través de la solución de problemas permite crear un conflicto cognitivo que puede ser una manera de hacerle ver al alumno que los procedimientos, estrategias, tácticas, destrezas y habilidades que utiliza pueden ser las apropiadas para llegar a la solución de la situación problemática planteada.

Para Aguilar y Oktac (2004) Una manera de provocar el conflicto utilizando alguna actividad es que el estudiante se enfrente con distintas soluciones de un mismo problema y empiece a cuestionarlas. Esta situación ocurre frecuentemente dentro de un ambiente de grupos de aprendizaje cooperativo:

> Trabajar en pequeños grupos proporciona a los estudiantes oportunidades para interaccionar con sus compañeros en la resolución de problemas. Intentando salir del conflicto que surge cuando miembros del grupo encuentran diferentes "respuestas" al mismo problema, los estudiantes se esfuerzan activamente en procesos que conducen directamente al desarrollo cognitivo (Reynolds et

al., 1995).

Desarrollo de Situación Didáctica de Suma y Resta de Expresiones Algebraicas

Tabla 1. *Datos del segmento curricular*[1]

Competencias a favorecer •Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente	
Bloque y eje	III, Sentido numérico y pensamiento algebraico.
Campo de formación	Pensamiento matemático
Estándares curriculares	*Sentido numérico y pensamiento algebraico.* 1.2.1. Resuelve problemas de suma y resta con expresiones algebraicas.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas que implican efectuar suma, resta de expresiones algebraicas.
Contenido	Resolución de problemas de suma y resta que impliquen el uso de expresiones algebraicas, a excepción de la división entre polinomios.
Tema	Problemas de suma y resta.
Propósito	Resolver problemas de sumas y restas con expresiones algebraicas.

Conflicto cognitivo

El Sr. Javier es artesano del municipio de Ixtlahuaca[2] se dedica a la elaboración de rompecabezas, el día de ayer fabricó cuatro rompecabezas que le encargo la profesora de matemáticas para la clase de sumas y restas con expresiones algebraicas.

La profesora recogió los rompecabezas que mando realizar al artesano para llevarlos a clase. Cuando llegó a clases le solicitó a Meztli que le ayudará a llevar los rompecabezas a su salón; Meztli acepto y cuando llegó al salón donde se trabajaría con los rompecabezas, tropezó tirando los rompecabezas que traía en las manos.

Al caer los rompecabezas, estos se desarmaron y revolvieron, la profesora de matemáticas le dijo a Meztli que los dejará ahí y que hiciera favor de pasar a su lugar.

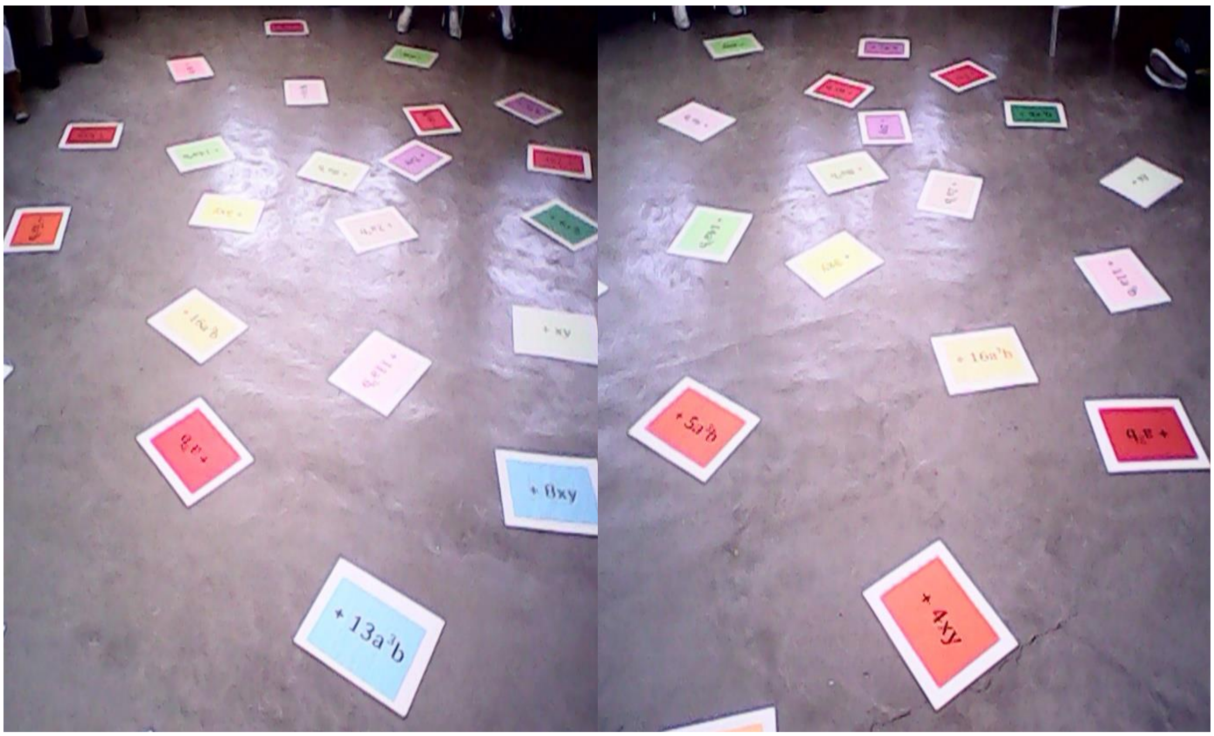


Imagen 1. Partes de los rompecabezas tirados en el piso del salón de clase.

La profesora de matemáticas solicitó a los alumnos que recogieran cada una de las piezas de los rompecabezas que se encontraban en el piso y que posteriormente se reunieran con sus compañeros que compartían el mismo rompecabezas.

Para poder integrarse ellos tenían que dar respuesta a las siguientes interrogantes:

¿Cómo identificas las piezas de tu rompecabezas?

¿De qué variables se componen las piezas de tu rompecabezas?

¿Qué constantes tienen las piezas de tu rompecabezas?

¿Qué exponentes tienen las piezas de tus rompecabezas?

Imagen 2. Alumnos recogiendo las partes de los rompecabezas y mostrándolas para formar equipos de trabajo.

Después que los alumnos lograron identificar las piezas de las cuales se componía su rompecabezas, los alumnos se integraron por equipos y la profesora de matemáticas les solicitó que bajaran al patio a armar el rompecabezas que le correspondía.

Para el armado de los rompecabezas la profesora les indicó las siguientes pistas:

- Cada rompecabezas forma un cuadrado mágico cuya suma de sus líneas horizontales, verticales y diagonales tienen que ser iguales.
- Las piezas las pueden acomodar de la manera que sea necesario hasta formar el cuadrado mágico solicitado, la única condición es que la suma de sus lados sea igual.

Imagen 3. Construcción de cuadrados mágicos fuera del salón, intercambiando información y realizando diferentes algoritmos.

Una vez que los alumnos armaron sus rompecabezas se les solicitó que subieran al salón de clases para que explicaran el procedimiento realizado, comunicando a sus compañeros sus ideas guiados por las siguientes interrogantes:

¿Qué consideraron para armar el rompecabezas?

¿Qué operaciones utilizaron para formar sus cuadrados mágicos?

¿Cuál fue el resultado que obtuvieron?

¿Qué procedimientos utilizaron?

¿Cómo se lleva a cabo la suma de expresiones algebraicas?

¿Podría haber quedado de otra forma y que resultado se obtuvo?

¿Qué les pareció la actividad que realizaron?

Imagen 4. Exposición se sumas y restas de expresiones algebraicas con cuadrado mágico armado.

Imagen 5. Alumnos anotando el conocimiento construido a partir del armado de los cuadrados mágicos.

Conclusiones

- Proponer al alumno una situación didáctica a través de la estrategia de trabajo cooperativo y utilizando material concreto para desarrollar una actividad lúdica que sirva al trabajar el tema de suma y resta de expresiones algebraicas, le permite al alumno construir su conocimiento de manera reflexiva, comunicativa, argumentativa, socializante, alegre, dinámica y le sirve para exponer las estrategias y procedimientos utilizados al solucionar el problema planteado.

- El alumno construye su conocimiento en la medida que es capaz de interesarse y apropiarse del problema, haciéndolo suyo para hacer funcionar estrategias, procedimientos y destrezas personales un tanto defectuosa que le permitan ensayar una y otra vez hasta llegar a las diferentes soluciones que satisfagan su necesidad por aprender.

Referencias Bibliográficas

Aguilar, P., & Oktac, A. (2004). Generación del conflicto cognitivo a través de una actividad de criptografía que involucra operaciones binarias. *RELiME, 7*(2), 117 - 144.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115. Disponible en http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/seminario/archivos/Brousseau_Fondements.pdf

Reynolds, B., Hagelgans, N., Schwingendorf, K., Vidakovic, D., Dubinsky, E., Shahin, M., & Wimbish, G. (1995). *A practical guide to cooperative learning in collegiate mathematics. MAA Notes 37*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.

Secretaría de Educación Pública. (2011). Programas de estudio 2011. En *PROGRAMAS DE ESTUDIO 2011. GUÍA PARA EL MAESTRO. Educación Básica Secundaria. Matemáticas*. México: Author.

Notas

1. Datos obtenidos de Programas de estudio 2011, páginas 13 – 23.

2. La situación didáctica se desarrolló con los alumnos de segundo grado, grupo "A" en la Esc. Sec. Ofic. No. 0606 "Lic. Adolfo López Mateos" de la comunidad de Santo Domingo de Guzmán, municipo de Ixtlahuaca, Estado de México.

LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE LOS PRIMEROS CURSOS DE INGENIERÍA

Miryan Trujillo Cedeño
mtrujillo@unisalle.edu.co
Universidad de La Salle de Bogotá, Colombia.

Resumen

El escrito relaciona resultados parciales de una investigación realizada en la Universidad de La Salle de Bogotá Colombia, con estudiantes de ingeniería, relativos a la comprensión del concepto de función en Cálculo I. El estudio incorporó como base conceptual la problemática Tall y Vinner y como metodología el indicador del nivel básico de comprensión de un concepto matemático tomado de Álvarez y Delgado (2002) y adaptado al concepto de función con tratamiento local consistente en una guía con situaciones de aprendizaje enmarcadas en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau. Los resultados muestran que siendo el concepto de función un eje fundamental en los primeros cursos de matemáticas en ingeniería, los estudiantes manifiestan dificultades marcadas en su comprensión y se resalta la importancia de considerar estrategias didácticas para afrontar las dificultades y procurar la permanencia de los estudiantes y la minoración de los índices de deserción.

Palabras Clave: Función, Comprensión, Cálculo, Ingeniería.

Problema

El estudio se focalizó en las relaciones entre la formación matemática de los estudiantes que ingresan a la Universidad de La Salle de Bogotá Colombia y las demandas sobre la comprensión del concepto de función como uno de los conceptos fundamentales que definen la estructura del curso Cálculo I (Cálculo Diferencial de una variable) para estudiantes de los programas de la Facultad de ingenierías en dicha Universidad.

Estudios sobre la comprensión del concepto de función, realizados a nivel nacional e internacional, (Sierpinska, 1992; Alvarez y Delgado 2002), revelan múltiples problemas en el aprendizaje de un concepto considerado básico e importante dentro del cálculo diferencial en una variable.

Las investigaciones citadas tuvieron interés para el trabajo porque muestran que los errores y las incomprensiones de los estudiantes son resistentes y difíciles de superar debido a las rupturas que se presentan entre las prácticas actuales de enseñanza y las formas como el estudiante accede al conocimiento matemático.
El objetivo del estudio fue indagar en torno a los niveles de comprensión del concepto de función que tenían los estudiantes al ingresar a un curso de Cálculo I, contrastado con los niveles de comprensión después de desarrollada las temáticas en torno al concepto de función, a través del desarrollo de una guía pautada, en el mismo curso.

Marco Conceptual

Noción de concepto imagen

Esta noción fue fundamental en la investigación para la determinación de los niveles de comprensión de función en los estudiantes.

Tall y Vinner (1981) introducen la noción de concepto imagen y señalan diferencias entre definición formal y definición personal de un concepto matemático, manifestada la problemática en torno a estos dos conceptos:

Definición personal (DP): Es el concepto matemático tal como es apropiado por las personas.

Imagen Conceptual (IC): Determina la forma en que entendemos el concepto.

Imagen Conceptual Evocada (ICE): Es una subestructura de la IC activada por la demanda cognitiva de la situación. Las ICE se infieren de los observables de las acciones del estudiante.

Definición Formal o Institucional (DI): Es el concepto matemático tal como se expresa y concreta socialmente en la academia.

Tall-Vinner identificaron los siguientes problemas:

A. El concepto imagen visto como un todo puede presentar incoherencia al activarse o ponerse en juego en diferentes situaciones; este hecho se evidencia cuando un estudiante de primer semestre en Cálculo Diferencial, tiene éxito al identificar una función en una expresión analítica homogénea (Ejemplo: $f(x) = x^2 - 5x$), pero no lo logra en el caso de una función definida a trozos (Ejemplo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x & si\ x \geq 0 \\ x - 5 & si\ x < 0 \end{cases}$$

B. Entre el concepto imagen o concepto personal que construye el sujeto y el concepto matemático institucional se pueden presentar desadaptaciones matemáticas relativas a la forma en que el sujeto apropia el significado socialmente compartido, del concepto matemático. Por ejemplo, no ver como asíntota de una función, una recta que corta en algún punto a la gráfica de dicha función, pero que institucional o formalmente sí lo es. En este caso, la definición personal de asíntota, es una versión restringida de la definición formal o institucional.

C. Es frecuente que los estudiantes no dispongan de la definición personal de un concepto matemático que han estudiado; pero aún en el caso de tenerla, y aún si la definición que verbaliza concuerda con la definición institucional, ella puede estar desarticulada del correspondiente concepto imagen sin que tenga efectos en la acción del sujeto; es el caso en el cual a un estudiante que se le pide hallar la ecuación de una recta tangente a una curva dada en un punto dado, no lo hace, a pesar de saber derivar la función y de conocer la interpretación geométrica de la derivada en un punto.

Con el fin de hacerlo operativo y entender cómo evoluciona y se transforma el “concept image”, Álvarez y Delgado (2002), hacen una redefinición del término *imagen conceptual* introducido por Tall y Vinner y precisan los siguientes conceptos así:

Una **definición personal** relativa a un concepto matemático, es **estable** cuando la persona verbaliza una definición sobre el concepto en forma consistente y equivalente en diferentes situaciones.

Una definición personal **estable** se llama **bien adaptada matemáticamente** si es equivalente a la definición institucionalizada del concepto.

La **coherencia** de la definición se refiere al grado de articulación que tiene dicha definición personal con la acción. Se dice **global** cuando está referida a distintos contextos. Será **local** cuando está referida a un solo contexto o situación.

La Propuesta de la Teoría de Situaciones

Los elementos abordados desde esta teoría fueron fundamentales en la construcción y desarrollo de la guía pautada con la que se abordó el concepto de función en el curso de Cálculo I.

Brusseau (1986) plantea la articulación entre situaciones adidácticas (a cargo del estudiante) y didácticas (a cargo del profesor). Las situaciones adidácticas pretenden generar perturbaciones a la acción que se transformen en conflictos cognitivos para el estudiante y se clasifican en tres tipos: de acción, formulación y validación.

Situación adidáctica de acción: El profesor organiza el medio en el que vive el conocimiento , pero luego se retira para permitir el libre discurrir de la acción del estudiante.

Situación adidáctica de formulación: Se construye de manera que el estudiante se obligue a explicitar el conocimiento en la aplicación a la situación concreta o para que otro pueda actuar usando su formulación.

Situación adidáctica de validación: Refleja el nivel de desarrollo de *la toma de conciencia* del sujeto respecto a la naturaleza de sus acciones y del conocimiento. La conceptualización, se mejora en la interacción con otros que refutan o validan los argumentos del sujeto.

Las situaciones didácticas por su parte, buscan lograr los ajustes de las acciones del estudiante con las acciones del profesor para alcanzar tanto el conocimiento (significado) a enseñar en un momento dado como el sentido particular que este conocimiento va a tomar, debido a las restricciones y deformaciones aportadas por la situación. Estas intervenciones son principalmente de dos tipos: devoluciones e institucionalizaciones.

Situación didáctica de devolución: Es la acción que realiza el profesor para que el alumno se responsabilice de la tarea, cuestionando algunos resultados mal establecidos o imprecisos.

Situación didáctica de Institucionalización: Se contextualizan los logros del estudiante destacándose aquellos que tienen pertinencia en términos del conocimiento. El profesor desempeña el papel de representante del saber encomendado a la institución escolar

El profesor utiliza situaciones adidácticas con una intención didáctica que se impone porque los conocimientos matemáticos no pueden vivir por sí mismos en la institución escolar

Metodología

Con el fin de identificar el nivel Básico de comprensión de función, se aplicó una prueba[1] escrita que constaba de 15 preguntas. Esta prueba se aplicó al iniciar el curso de Cálculo I y después del estudio de las funciones, con el fin de identificar el nivel de comprensión en dos momentos.

Los niveles de comprensión de función se determinaron teniendo en cuenta el indicador del nivel básico de comprensión de función (ICBF), planteado por Álvarez y Delgado (2002) y adaptado al concepto de función que se trabaja en el curso de Cálculo I en los programas de ingeniería de la Universidad de La Salle (Trujillo, Guerrero, y Castro, 2007), el cual está dado por un vector de seis componentes así:

ICBF= (DP*, COGH, NEF, NEI, NECB, DSA)

En donde,

NEF= Nivel de Ëxito al identificar Funciones en los distintos contextos. Se obtuvo dividiendo el número de aciertos, entre el número de contextos (parejas, gráfico, algebraico y a trozos) y su máximo valor fue 1.

NEI = Nivel de éxito de cada estudiante al seleccionar funciones que poseen Inversa. Se dividió el número de aciertos entre el número de contextos (parejas, gráfico y algebraico), siendo la nota máxima 1.

D S A = Disponibilidad del Sistema Simbólico Abstracto. Indica en qué medida el estudiante ha construido en forma general el significado de los signos: f(a), f(x)=b y h(g(a)). Se asumió que un estudiante disponía del DSA de cada símbolo cuando realizaba con éxito dicho cálculo en por lo menos dos contextos diferentes entre parejas, gráfico o algebraico.

NECB = Nivel de éxito que tiene el estudiante para realizar los cálculos básicos en los contextos de parejas, gráfico y algebraico. Cuando son indicados en el simbolismo abstracto de funciones (f(x), d=f(x), f(g(x)) se halla del promedio de los indicadores NEC de h(g(a)), NEC de f(a) y NEC de f(x)=b. Para calcular cada NEC(Nivel de éxito en el cálculo), se calificó sobre 5 cada variable, en los tres contextos.

COHG = Coherencia Global: Se refiere al grado de integración entre la acción organizada por las ICE y la conciencia de cómo y por qué se hace, determinada por la DPE. La medida es un coeficiente entre cero y uno que se obtuvo dividiendo el número de prototipos de ICE que se habían identificado y que coincidían o eran equivalentes con el prototipo de la DPE, entre el número de respuestas.

DP* = Definición Personal Estable bien adaptada matemáticamente. Determinada por la existencia de un prototipo estable al calificar la pregunta: ¿Para usted qué es función matemática?, que coincidía con la definición Cuasi- conjuntista (C) : Sean X e Y conjuntos no vacíos arbitrarios. Una función de X en Y es una asociación o correspondencia entre elementos de X y elementos de Y tal que a cada elemento de X le corresponde un elemento y sólo uno en Y. Si este era el caso se escribía 1; si no, cero.

Se caracterizó un nivel mínimo de comprensión de función, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

(DP*=1, COHG > o = 0,66, NEF > o = 0,6, NEI > o = 0,6, NECB > o = 3, DSA > o = 0,66

Para d el segundo nivel de comprensión, los criterios fueron:

NEF y NEI mayor o igual que 0,75, NECB mayor o igual que 3,75, COHG mayor o igual que 0,825, manteniendo invariable DP* y DSA.

Para el abordaje del concepto de función, se diseñó y aplicó una guía pautada durante cuatro semanas, relacionada con el concepto de función y basada en la teoría de situaciones de Brousseau, tendiente a cubrir las temáticas que se abordan en torno a dicho concepto en un curso de Cálculo I o Cálculo Diferencial en una variable.

Para la guía se diseñaron dos actividades. La primera actividad incluyó cuatro eventos y la segunda seis. De acuerdo a la teoría didáctica, los eventos contenían situaciones adidácticas y didácticas. Las adidácticas fueron de acción, de formulación y de validación (a cargo del estudiante) y en relación con éstas, las situaciones didácticas fueron de devolución del problema e institucionalización del conocimiento que estuvieron a cargo del profesor.

Cada una de las actividades en la guía estuvo soportada por dimensiones matemático-epistemológicas, cognitivas y didácticas, así:

Dimensión Matemático Epistemológica: Hace referencia a los conceptos matemáticos que se necesitan y la relación entre ellos para la construcción del conocimiento.

Dimensión Cognitiva: Es el conjunto de esquemas que se deben asociar para resolver una tarea. Entendiéndose por esquema, como concepto imagen según Tall –Vinner (1981).

Dimensión Didáctica: Hace referencia a las acciones encaminadas a transformar los esquemas para adquirir el conocimiento matemático.

La concepción de aprendizaje en la que se apoyan la construcción y el desarrollo de la guía estuvo basada en Brousseau (1986) para quien el aprendizaje se hace por la puesta a prueba de concepciones sucesivas, provisorias y relativamente buenas, que será necesario rechazar sucesivamente o retomar en una verdadera epistemología, nueva cada vez.

Esta propuesta desde lo didáctico llama la atención sobre el acento que debe darse al diseño y gestión de situaciones de aprendizaje que motiven a los estudiantes a comprometerse en la realización de una *actividad matemática* en la que el conocimiento nuevo sea el producto de construcciones y re-construcciones a partir de la experiencia adquirida (en diferentes contextos) y no el resultado de la recepción pasiva de un conocimiento ya perfeccionado.

En acuerdo con Delgado (2010) se trata de diseñar entornos de aprendizaje que pongan de manifiesto la necesidad de que los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos, formulen conjeturas, desarrollen modos de validación y argumentos de refutación.

En este sentido la actividad matemática parte de la experiencia adquirida y el conocimiento matemático institucional es producto de la comprensión y no el punto de partida para alcanzarla.

Resultados

Las tablas 1. y 2., muestran los resultados de prueba aplicadas a 16 estudiantes, que permitieron determinar el nivel mínimo y el segundo nivel de comprensión, del concepto de función.

Los resultados reflejan que ningún estudiante en el momento de ingreso tenía el nivel mínimo de comprensión del concepto de Función. Al finalizar, el 31.3% de la población obtuvo el nivel mínimo de comprensión del concepto de Función, mientras que el 18,7% de la población alcanzó el segundo nivel.

Tabla1. Identificación de funciones

Est.	Identificación de Funciones							
	DP*		COHG		NEF		NEI	
	I	F	I	F	I	F	I	F
1	0	0	0,00	0,67	0,00	0,50	0,00	0,00
2	0	0	0,67	0,00	0,75	0,75	0,00	0,33
3	0	0	0,00	0,33	0,25	0,50	0,00	0,00
4	0	0	0,00	0,00	0,00	0,75	0,00	0,00
5	0	0	0,33	0,00	0,25	0,75	0,33	1,00
6	0	1	0,33	1	0,25	1	0,00	1
7	0	0	0,00	0,00	0,25	0,75	0,00	0,00
8	0	1	0,67	1	0,75	1	0,33	1
9	0	0	0,00	0,00	0,50	0,50	0,00	0,00
10	0	1	0,67	1	0,50	1	0,33	1
11	0	0	0,00	0,00	0,00	0,75	0,00	0,33
12	0	0	0,00	0,33	0,00	0,75	0,00	0,00
13	0	0	0,00	0,00	0,50	0,75	0,00	0,00
14	0	1	0,33	1	0,50	0,75	0,00	1
15	0	1	0,00	1	0,00	0,75	0,00	1
16	0	0	0,00	0,33	0,00	0,75	0,00	0,33

Estos resultados no difieren mucho de los obtenidos por Álvarez y Delgado (2002), en un estudio realizado en la Universidad del valle, con estudiantes de primer semestre de Ingenierías y Ciencias en donde encontraron que al momento del ingreso a la universidad, el 17,1% de la población, mostró tener el nivel uno de comprensión básica de función y ningún estudiante alcanzó el nivel dos. Al término del semestre, 27.3 alcanzó el nivel uno y un 9.1% el nivel dos.

Tabla 2. Indicador vectorial de comprensión de función (ICBF)

Est.	NECB		DSA		Nivel mínimo de Comprensión		Segundo nivel de Comprensión	
	I	F	I	F	I	F	I	F
1	0	0	0	0	NO	NO	NO	NO
2	0	0	0	0	NO	NO	NO	NO
3	0,57	2,27	0	0,66	NO	NO	NO	NO
4	0	0,57	0	0	NO	NO	NO	NO
5	0,57	3,9	0	0,66	NO	NO	NO	NO
6	1,13	3,37	0,33	0,66	NO	SI	NO	NO
7	0,57	1,13	0	0,33	NO	NO	NO	NO
8	0,57	3,9	0	0,66	NO	SI	NO	SI
9	0	2,27	0	0,66	NO	NO	NO	NO
10	3,33	5	0,66	1	NO	SI	NO	SI
11	0	2,27	0	0,66	NO	NO	NO	NO
12	1,13	3,33	0,33	0,66	NO	NO	NO	NO
13	1,7	2,8	0,33	0,66	NO	NO	NO	NO
14	1,13	3,9	0,33	0,66	NO	SI	NO	SI
15	0	3,33	0	0,66	NO	SI	NO	NO
16	0	3,9	0	0,66	NO	NO	NO	NO

I = Preprueba. F= Posprueba. **NO**= No alcanza el nivel de comprensión. **SI**= Sí alcanza el nivel de comprensión

Comentarios finales

Con base en el hecho que el 31,3% de la población obtuvo el nivel mínimo de comprensión del concepto de función y el 18,7% alcanzó el segundo nivel, se puede concluir que estos estudiantes superaron satisfactoriamente la problemática Tall – Vinner.

Es de resaltar que, aunque el concepto de función se abordó con el desarrollo de una guía pautada conformada por situaciones de aprendizaje que motivaban a los estudiantes a comprometerse en la realización de la actividad matemática, los resultados obtenidos revelaron que en los cursos de primer semestre de ingenierías en la Universidad de La Salle, existen problemas de comprensión alrededor del concepto de función, que persisten o evolucionan muy lentamente. Se advierte que el ignorar la presencia de esta problemática puede traer como consecuencia el fracaso de los estudiantes en los cursos de cálculo y por tanto un aumento en los niveles de deserción.

Este hecho, concuerda con los resultados obtenidos por Álvarez y Delgado (2002), en un estudio realizado en la Universidad del valle, con estudiantes de primer semestre de Ingenierías y Ciencias.

Notas:

[1] La prueba está consignada como anexo B en el informe final del proyecto de investigación: Castro, N., Trujillo, M., y Guerrero, J. (2006). Mediación de situaciones didácticas apoyadas en el uso de la calculadora graficadora en la superación de obstáculos cognitivos en el aprendizaje del concepto de función. Universidad de La Salle. Bogotá. 211pp.

Referencias Bibliográficas

Álvarez, J., y Delgado, C. (2002). The Tall-Vinner Problem. An Operative Reformulation. En A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 261). Norwich, U.K.: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Brousseau, G. (1986). Fondements et Méthodes de la didactique des Mathématiques [Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas, (Publicaciones del CINVESTAV del Instituto Politécnico Nacional de México, Trad.)]. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115.

Delgado, C. (2010). Enseñanza, actividad y aprendizaje. En M. Trujillo, N. Castro, & C. Delgado (Eds.), *El concepto de función y la teoría de situaciones: Bases epistemológicas y didácticas en la enseñanza del concepto de función con la ayuda de calculadoras graficadoras* (pp. 73-106), Bogotá: Universidad de La Salle

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En E. Dubinsky & G. Hareld (eds.), *The concept of function: Some Aspects of Epistemology and Pedagogy*. *Mathematical Association of America Notes,* (Vol. 25, pp. 25-58). Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Images and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

Trujillo, M., Guerrero, J., & Castro, N. (2007). Obstáculos cognitivos en el aprendizaje del concepto de función con la mediación de la calculadora graficadora. *Revista de Investigación, 7*(2), 223-233.